

## Függvények határértéke és folytonossága

Az  $f(x)$  függvény folytonos az  $a$ -ban, ha értelmezve van az  $a$ -ban, létezik és véges a határértéke az  $a$ -ban, és ami a lényeg:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Az  $f(x)$  függvény folytonossá tehető az  $a$ -ban, ha létezik véges határértéke az  $a$ -ban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Megszüntethető szakadás:

Ha létezik véges [határérték](#) az  $a$ -ban, de ez nem egyezik meg a függvényértékkel, akkor megszüntethető szakadása van.

$$\exists \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{szám} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$$

Nem megszüntethető szakadás, ugrás:

Ha a bal és jobb oldali [határérték](#) két különböző szám az  $a$ -ban, akkor a szakadás nem megszüntethető és ugrásnak hívjuk.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \text{szám} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \text{másik szám} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Nem megszüntethető, nem véges szakadás:

Ha a bal és jobb oldali [határérték](#) nem is véges az  $a$ -ban, akkor pláne nem tehető folytonossá a függvény.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$$

Nem megszüntethető oszcilláló szakadás:

Végül meglehetősen patológikus esetek is vannak, amikor még csak jobb vagy bal oldali [határérték](#) sem létezik.

$$\nexists \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \quad \nexists \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{|z| \rightarrow 0} \frac{\sin |z|}{|z|} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \quad \lim_{|z| \rightarrow 0} \frac{1 - \cos |z|}{|z|^2} = \frac{1}{2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)