

Fourier-transzformáció

A Fourier-transzformáció képlete:

$$\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \cdot f(t) dt$$

Röviden arról van szó, hogy a Fourier-transzformáció egy olyan matematikai gépezet, amely csúnyán összekevert hullámokból képes visszafejteni az eredeti hullámok frekvenciáit. Olyan, mintha lenne egy pohár kólánk és képesek lennénk visszacsinálni az alkotóelemeire, hogy megnézhessük miből áll össze. Az egész Fourier-transzformáció alapötlete, hogy a különböző frekvenciájú hullámokat feltekerjük egy körre és így kezdjük el őket vizsgálni. A feltekerést a [komplex számok](#) segítségével végezzük el, ez tűnik talán a leginkább rémisztő résznek. A feltekerett hullámok általában valamilyen virágmintákat adnak ki a körben, ám amikor éppen egy olyan körbe tekerjük fel, aminek a körfrekvenciája megegyezik az eredeti hullám frekvenciájával, pontosabban annak kétszer pi-szeresével, akkor egy drasztikusan eltérő alakzatot kapunk. Ezt a drasztikus eltérést remekül lehet detektálni úgy, hogy az összes létező alakzatot integráljuk, és ezeket hasonlítjuk egymással össze. Ha két, vagy akár sok-sok hullámot összeadunk és ennek vizsgáljuk a feltekerés utáni integrálját, vagyis a Fourier-transzformáltját, akkor az így kapott integrálás pontosan detektálja számunkra az összes eredeti hullám frekvenciáját. Ezt a módszert használja az MP3 tömörítési technika, amely egy zenéből rengeteg „felesleges” frekvenciát ki tud dobálni és így kisebb lesz a hangfájl. Vagy ezzel a módszerrel működnek a rezgéseken alapuló diagnosztikai módszerek, az MRI vagy épp a Föld belső összetételét vizsgáló rezgéshullámok elemzése. De a képek tömörítéséhez vagy épp az 5G adatforgalomban is előkerül a Fourier-transzformáció.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Dirac-delta jelölése $\delta(x)$ és ez egy olyan függvény, amely mindenhol nulla, kivéve egyetlen pontban, ahol végtelen nagy értéket vesz fel, és a teljes számegyenesen vett integrálja 1.

A Fourier-transzformáció egy olyan matematikai gépezet, ami föltekéri a hanghullámokat egy komplex számsíkban fekvő körre. És aztán az így kapott virágmintákat integrálja. Az integrálás eredménye egy komplex függvény, aminek az abszolútértékét ábrázolva egy olyan grafikont kapunk, amelynek kiugró csúcsai éppen detektálják az eredeti hanghullám frekvenciáját. Hogyha a hullámot hosszabb intervallumon vizsgáljuk, a csúcsok magasabbak lesznek, és amint a teljes számegyenesen vizsgáljuk a hullámot, a csúcsok végtelenül keskeny és végtelenül magas tűskékké változnak. Ezeket a végtelen tűskéket Dirac-deltának nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ függvényt hívjuk $\text{sinc}(x)$ függvénynek.

Használják rá a kardinális szinusz elnevezést vagy a szinusz kardinálist is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f és g függvények Fourier-transzformáltját jelöljük F -fel és G -vel. Ekkor:

$$\mathcal{F}[\alpha \cdot f + \beta \cdot g] = \alpha \cdot F(\omega) + \beta \cdot G(\omega)$$

Ha két jelet összeadsz (egy-egy konstans szorzóval), a frekvenciaképüket ugyanígy összeadhatod és szorozhatod.

Képzeld el, hogy egy turmixgépbe bedobsz egy almát és egy banánt, majd összeturmixolod őket. A kapott püré íze pontosan az alma és a banán ízének az összege lesz. Nem keletkeznek misztikus új gyümölcsök; a lineáris kombináció az időtartományban lineáris kombináció marad a frekvenciatartományban is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f és g függvények Fourier-transzformáltját jelöljük F -fel és G -vel. Ekkor:

$$\mathcal{F}[f(a \cdot x)] = \frac{1}{|a|} \cdot F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

Vannak, akik ezt a szabályt így szokták megfogalmazni:

$$\mathcal{F}\left[f\left(\frac{x}{a}\right)\right] = |a| \cdot F(a \cdot \omega)$$

Éppen úgy működik, mint a lineáris helyettesítés az integrálásban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f és g függvények Fourier-transzformáltját jelöljük F -fel és G -vel. Ekkor:

$$\mathcal{F}[f(x - x_0)] = e^{-i\omega x_0} \cdot F(\omega)$$

Vannak, akik ezt a szabályt így szokták megfogalmazni:

$$\mathcal{F}\left[f\left(\frac{x}{a}\right)\right] = |a| \cdot F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

Ha egy hanghullámot, például egy dalt eltolunk az időben akkor a benne lévő hangok, vagyis a frekvenciák nem változnak meg. Ami változik az a fázis.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f és g függvények Fourier-transzformáltját jelöljük F -fel és G -vel. Ekkor:

$$\mathcal{F}[e^{-i\omega_0 x} \cdot f(x)] = F(\omega - \omega_0)$$

Itt a hanghullámok frekvenciáját toljuk el, amire például a jelek továbbításánál lehet szükség.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f és g függvények Fourier-transzformáltját jelöljük F -fel és G -vel. Ekkor:

$$\mathcal{F}[x^n f(x)] = i^n \cdot F^{(n)}(\omega)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f és g függvények Fourier-transzformáltját jelöljük F -fel és G -vel. Ekkor:

$$\mathcal{F}\left[f^{(n)}(x)\right] = (i\omega)^n \cdot F(\omega)$$

Az időbeli deriválás a frekvenciatartományban egy szorzássá válik. A deriválás a változást méri. Minél magasabb frekvenciájú (gyorsabban rezgő) egy hang, annál meredekebben és gyorsabban változik a hullámformája.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
