

Hatványozás, gyökvonás azonosságai, logaritmus, egyenletek

Vannak az A és B halmazok.

Az A és B halmazok uniója: Azon elemek halmaza, amelyek legalább az egyik halmazban benne vannak.

Jele: $A \cup B$

Az A és B halmazok metszete: Azon elemek halmaza, amelyek mindkét halmazban benne vannak.

Jele: $A \cap B$

Az A és B halmazok különbsége: Azon elemek halmaza, amelyek az A halmazba benne vannak, de a B halmazba nem.

Jele: $A \setminus B$

Az A halmaz komplementere a H alaphalmazon nézve: Az alaphalmaz azon elemeinek halmza, amelyek nincsenek benne az A -ban.

Jele: $\overline{A}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A logikai szita formula két halmazra:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

A logikai szita formula három halmazra:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A megoldás lényege, hogy gyűjtsük össze az x -eket az egyik oldalon, a másik oldalon pedig a számokat, a végén pedig leosztunk az x együtthatójával.

Ha törtet is látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Ha a tört nevezőjében x is szerepel, akkor azzal kezdjük az egyenlet megoldását, hogy kikötjük, a nevező nem nulla.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha a másodfokú egyenlet így néz ki:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Akkor a megoldóképlet:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A másodfokú egyenlet megoldóképletének gyök alatti részét nevezzük diszkriminánsnak.

$$D = b^2 - 4ac$$

Ez dönti el, hogy a másodfokú egyenletnek hány valós megoldása lesz.

Ha a diszkrimináns nulla, akkor csak egy.

Ha a diszkrimináns pozitív, akkor az egyenletnek két valós megoldása van.

Ha pedig negatív, akkor az egyenletnek nincs valós megoldása.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy a nem negatív szám négyzetgyöke az a nem negatív szám, aminek a négyzete a .

$$a \geq 0 \quad \sqrt{a} \geq 0 \quad \sqrt{a^2} = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy a szám köbgyöke az a szám, aminek a köbe a .

$$a \in \mathbb{R} \quad (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A gyökvonás másképp viselkedik páros, illetve páratlan gyökkitevő esetén, így kétféle definíciónk lesz.

Egy a nem negatív szám $n = 2k$ -adik gyöke az a nem negatív szám, amire:

$$(\sqrt[2k]{a})^{2k} = a$$

Egy tetszőleges a szám $n = 2k + 1$ -edik gyöke az a szám, amire:

$$(\sqrt[2k+1]{a})^{2k+1} = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A gyökös egyenletek megoldását mindig ezzel kell kezdeni:

$$\sqrt{\text{IZÉ}} \Rightarrow \text{IZÉ} \geq 0$$

$$\sqrt{\text{IZÉ}} = \text{VALAMI} \Rightarrow \text{VALAMI} \geq 0$$

Ezt követően az elsősorú célunk, hogy megszabaduljunk a gyökjeltől, amit négyzetreemeléssel végezhetünk. Ilyenkor az a lehető legjobb, ha a gyökös izé magányosan álldogál.

Ha megszabadultunk a gyökjeltől, minden úgy megy tovább, ahogy azt már megszokhattuk az egyenleteknél.

A végén viszont fontos, hogy ellenőriznünk kell, a megoldásunk megfelel-e a feladat elején felírt kritériumnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hatványozás azonosságai:

$$a^n a^k = a^{n+k}$$

$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(a^n)^k = a^{nk} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{k}{n}} = (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Exponenciális függvénynek nevezzük az $f(x) = a^x$ alakú függvényeket, ahol $a > 0$ valós szám.

Az exponenciális függvények meglehetősen fontosak a matematikában, sőt nem csak a matematikában.

Ilyen függvények írják le a baktériumok szaporodását, a radioaktív elemek bomlását, a számítógépek teljesítményének növekedését és még rengeteg más dolgot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az exponenciális egyenletek megoldásának kulcsa, hogy a két oldalt azonos hatványalapra hozzuk, mert ekkor

$$a^x = a^b \Rightarrow x = b$$

Így hát az egyenlet két oldalát addig alakítgatjuk a hatványozás azonosságainak segítségével, amíg erre az alakra nem jutunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$\log_a x$ azt mondja meg, hogy a -t hányadik hatványra kell emelni ahhoz, hogy x -et kapjunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a \sqrt[n]{x^k} = \frac{k}{n} \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
