Végtelen sorok

Azokat a sorokat nevezzük mértani sornak, amelyek így néznek ki, mint ez:

$\sum_{n=0}^{\infty} a_1 q^n$

Ha $|q| < 1$ akkor a mértani sor konvergens és összege

$\sum_{n=0}^{\infty} a_1 q^n = \frac{a_1}{1-q}$

Ha $|q| \geq 1$ akkor a sor divergens.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy végtelen sor akkor konvergens, ha részletösszegsorozata konvergens és ekkor a sor összege:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim S_n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha $\lim a_n \neq 0$ akkor $\sum a_n$ divergens.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $\sum (-1)^n \cdot a_n$ sor konvergens, ha $a_n \to 0$ monoton csökkenő sorozat.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $\sum a_n$ sor konvergenciája a gyök kritérium alapján így dönthető el:

Ha $\lim \sqrt[n]{|a_n|} < 1$ akkor $\sum a_n$ abszolút konvergens.

Ha $\lim \sqrt[n]{|a_n|} > 1$ akkor $\sum a_n$ divergens.

Ha $\lim \sqrt[n]{|a_n|} = 1$ akkor nem tudunk semmit.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $\sum a_n$ sor konvergenciája a hányados kritérium alapján így dönthető el:

Ha $\lim \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$ akkor $\sum a_n$ abszolút konvergens.

Ha $\lim \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| > 1$ akkor $\sum a_n$ divergens.

Ha $\lim \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 1$ akkor nem tudunk semmit.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha $a_n \to 0$ pozitív tagú monoton csökkenő sorozat, akkor a

$\sum(-1)^n a_n = -a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots$

végtelen sort Leibniz sornak nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha $\sum a_n$ és $\sum b_n$ nem negatív tagú sorok, és egy bizonyos tagtól $a_n \leq b_n$ akkor

$\sum b_n$ konvergens $\Rightarrow$ $\sum a_n$ is konvergens

$\sum a_n$ divergens $\Rightarrow$ $\sum b_n$ is divergens

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} = \begin{cases} \text{konvergens, ha } \alpha > 1 \\ \text{divergens, ha } \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A teleszkopikus sorok olyan végtelennek tűnő összegek, amik megfelelő átalakítások után már csak véges sok tagból állnak.

Például:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha x_0 a hatványsor középpontja, akkor az x_0 pont r sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük, ahol r a konvergenciasugár.

A konvergencia tartomány belső pontjaiban a hatványsor abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha x_0 a hatványsor középpontja, akkor az x_0 pont r sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük.

A konvergencia tartomány belső pontjaiban a hatványsor abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha x_0 a hatványsor középpontja, akkor az x_0 pont r sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük, ahol r a konvergenciasugár.

A konvergencia tartomány belső pontjaiban a hatványsor abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha x_0 a hatványsor középpontja, akkor az x_0 pont r sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük.

A konvergencia tartomány belső pontjaiban a hatványsor abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot