



MATEKING.HU

Képletgyűjtemény

ALAPOZÓ MATEMATIKA NJE tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 10. 08.

Tartalomjegyzék

Algebra, betűs kifejezések használata.....	2
Nevezetes azonosságok, binomiális tétel.....	5
Hatványozás, hatványazonosságok, normálalak.....	6
Gyökvonás, gyökös azonosságok, gyöktelenítés.....	8
Elsőfokú egyenletek.....	9
Másodfokú egyenletek.....	10
Egyenlőtlenségek.....	11
Egyenletrendszerek.....	12
Szöveges feladatok.....	13
Függvények.....	14
Elsőfokú függvények.....	16
Függvénytranszformációk, függvények ábrázolása.....	17
Gyökös azonosságok és gyökös egyenletek.....	18
Trigonometria a síkgeometriában.....	20
Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek.....	21
Logaritmus, logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.....	22
Kamatos kamat és pénzügyi számítások.....	23
Számtani és mértani sorozatok.....	24
Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek.....	25
Feladatok függvényekkel.....	27
Vektorok.....	28
Koordináta geometria.....	29

Algebra, betűs kifejezések használata

Ha több művelet szerepel egymás után, akkor ezeket a műveleti sorrend szerint kell elvégeznünk.

A műveleti sorrendben az első mindig a zárójel, vagyis a zárójelben szereplő műveleteket kell elsőként elvégezni.

A második a szorzás és az osztás. Ha több szorzás és osztás van, akkor balról jobbra kell őket elvégezni.

Végül az utolsó szint az összeadás és kivonás, és itt is ha több is van belőlük, akkor balról jobbra kell elvégezni.

A hatványozás még egy kicsit bezavarhat a dologba, így érdemes megnézni külön a hatványozásról és a hatványazonosságokról szóló epizódokat is.

Most pedig nézzünk egy példát a műveleti sorrendre:

$$\text{Pl.: } 3 \cdot (5 - 3) + 2 : 2 = 3 \cdot 2 + 2 : 2 = 6 + 1 = 7$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az együttható a betűs kifejezés előtt álló szám.

Pl.: $3x$ kifejezés együtthatója **3**.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az algebrai kifejezésekben a betűket változóknak nevezzük.

Pl.: $2x + y$ algebrai kifejezésben x és y változók.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A betűs kifejezéseket nevezzük algebrai kifejezéseknek.

Pl.: $2x + y$ egy algebrai kifejezés.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az önmagában álló számokat nevezzük konstansnak.

Pl. $2x + y + 5$ kifejezésben az **5** konstans.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egynemű kifejezések azok a betűs kifejezések, amik csak az együtthatójukban különböznek.

pl.: $5x$ és $3x$ egynemű kifejezések, mert csak az együtthatóik (**5** és **3**) különböznek.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az egynemű kifejezések mindig összevonhatóak. Az összevont kifejezés együtthatója az eredeti együtthatók összege lesz.

$$\text{Pl.: } 3x + 5x + 2x = (3 + 5 + 2)x = 10x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Zárójel felbontásakor minden tagot minden taggal szorozni kell.

$$\text{Pl.: } 5 \cdot (4x + 6) = 5 \cdot 4x + 5 \cdot 6 = 20x + 30$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A kiemelés a zárójelfelbontás megfordítása.

A dolog úgy indul, hogy találunk kell egy közös részt, amit kiemelhetünk.

A kiemelés során egy többtagú kifejezést egy vagy többtagú kifejezések szorzatává alakítjuk át úgy, hogy minden tagból kiemeljük a közös részeket.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kifejezés értelmezési tartományán azt a legbővebb halmazt értjük, ahol értelmezve van.

A következőket érdemes megjegyezni:

$$\text{páros} \sqrt[n]{\text{ez itt}} \geq 0 \quad \text{páratlan} \sqrt[n]{\text{ez itt bármi}} \quad \log(\text{ez itt} > 0) \quad \text{tört nevező} \neq 0$$

pl.

$$\frac{2}{x-3} \text{ értelmezési tartománya } x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}, \text{ mert tört van benne és a tört nevezője nem lehet nulla } x \neq 3$$

$$\sqrt{2x+5} \text{ értelmezési tartománya } x \in \left[-\frac{5}{2}, \infty\right], \text{ mert páros gyök alatt van (második) és így a gyök alatti kifejezés } \geq 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A törtek egyszerűsítése azt jelenti, hogy a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nem nulla számmal osztjuk. Ha nincs olyan szám, amivel mind a számláló és a nevező is osztható lenne, akkor már nem egyszerűsíthető tovább a tört.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Algebrai törteknek nevezzük azokat a törteket, melyek nevezőjében betűs kifejezés van.

Tehát ha csak a tört számlálójában van betűs kifejezés (pl. x), de a nevezőjében nem, akkor az még nem algebrai tört.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Zárójel felbontásakor minden tagot minden taggal szorozni kell.

Ha a szorzás mindkét tényezője többtagú, akkor az első tényező első tagjával szorozzuk végig a másik tényező tagjait, majd pedig folytatjuk az első tényező második tagjával.

$$\text{Pl.: } (a + b) \cdot (c - 5) = a \cdot c - 5 \cdot a + b \cdot c - 5 \cdot b$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A helyettesítési érték azt jelenti, hogy a betűs kifejezés helyére írjuk be a behelyettesítendő értéket.

$$\text{Pl.: } 2x + 5 \text{ kifejezés helyettesítési értéke } x = 3\text{-ban: } 2 \cdot 3 + 5 = 6 + 5 = 11.$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Nevezetes azonosságok, binomiális tétel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kifejezés értelmezési tartományán azt a legbővebb halmazt értjük, ahol értelmezve van.

A következőket érdemes megjegyezni:

$\sqrt[n]{\text{ez itt}} \geq 0$ $\sqrt[n]{\text{ez itt bármi}}$ $\log(\text{ez itt} > 0)$ tört nevező $\neq 0$

pl.

$\frac{2}{x-3}$ értelmezési tartománya $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, mert tört van benne és a tört nevezője nem lehet nulla $x \neq 3$

$\sqrt{2x+5}$ értelmezési tartománya $x \in \left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$, mert páros gyök alatt van (második) és így a gyök alatti kifejezés ≥ 0

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Binomiális tétel:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hatványozás, hatványazonosságok, normálalak

A hatványozás a szám önmagával vett szorzatait rövidíti.

$$\text{Pl.: } 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

Itt a 6-ot a hatvány alapijának nevezzük, a 3-at kitevőnek, az eredményt pedig a hatvány értékének.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha azonos alapú hatványokat szorzunk, akkor a kitevők összeadódnak.

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha azonos alapú hatványokat osztunk, akkor a kitevők kivonódnak.

$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hatvány hatványa a kitevők szorzata.

$$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Minden nem nulla szám nulladik hatványa 1.

$$a^0 = 1, \text{ ha } a \neq 0.$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy nem nulla szám negatív egész kitevőjű hatványát úgy számolhatjuk ki, hogy a reciprokát a kitevő ellentettjére emeljük.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy szorzat mindkét tényezője ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles szorzat hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és mindkét tényezőt hatványozni kell.

$$\text{Pl.: } (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy törtnek a számlálója és nevezője is ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles tört hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és a számlálót és nevezőt is hatványozni kell.

$$\text{Pl.: } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A túl nagy vagy éppen túl kicsi számok leírására találták ki a normálalakot.

A normálalak mindig egy szorzat, az első tényezője egy abszolútértékben 1-nél nagyobb vagy egyenlő, 10-nél kisebb szám. A másik tényezője pedig egy 10 hatvány.

$$\text{Pl.: } 35000 = 3,5 \cdot 10^4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gyökvonás, gyökös azonosságok, gyöktelenítés

Egy a nem negatív szám négyzetgyöke az a nem negatív szám, aminek a négyzete a .

$$a \geq 0 \quad \sqrt{a} \geq 0 \quad \sqrt{a^2} = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy a szám köbgyöke az a szám, aminek a köbe a .

$$a \in \mathbb{R} \quad (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A gyökvonás másképp viselkedik páros, illetve páratlan gyökkitevő esetén, így kétféle definíciónk lesz.

Egy a nem negatív szám $n = 2k$ -edik gyöke az a nem negatív szám, amire:

$$(\sqrt[2k]{a})^{2k} = a$$

Egy tetszőleges a szám $n = 2k + 1$ -edik gyöke az a szám, amire:

$$(\sqrt[2k+1]{a})^{2k+1} = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Elsőfokú egyenletek

A mérleg elv lényege, hogy amikor megoldunk egy egyenletet, az egyenlőségjel mindkét oldalán ugyanazokat a műveleteket kell elvégeznünk. Az egyenlet mindkét oldalához ugyanazt a számot hozzáadhatjuk, vagy az egyenlet mindkét oldalából ugyanazt a számot kivonhatjuk. És az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a nem nulla számmal megszorozhatjuk, vagy mindkét oldalt ugyanazzal a nem nulla számmal eloszthatjuk. Vagyis:

- ha elveszünk egy számot az egyik oldalról, akkor a másik oldalról is el kell venni
- ha hozzáadunk egy számot az egyik oldalhoz, akkor a másik oldalhoz is hozzá kell adni
- ha szorozzuk az egyik oldalt egy nem nulla számmal, akkor a másik oldalt is szorozni kell ugyanezzel a számmal
- ha osztjuk az egyik oldalt egy nem nulla számmal, akkor a másik oldalt is osztani kell ugyanezzel a számmal

Az összeadás, kivonás és szorzás egymásutáni lépéseivel jutunk el a megoldáshoz.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A megoldás lényege, hogy gyűjtsük össze az x -eket az egyik oldalon, a másik oldalon pedig a számokat, a végén pedig leosztunk az x együtthatójával.

Ha törtet is látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha törtet látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Figyeljünk rá, hogy ilyenkor az egyenlet minden tagját meg kell szorozni (a tagokat $+$, $-$ vagy $=$ jelek választják el egymástól...).

Miután megszabadultunk a törtektől az egyenlet megoldásának lépései a szokásosak a mérleg elv segítségével.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Másodfokú egyenletek

Ha a másodfokú egyenlet így néz ki:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Akkor a megoldóképlet:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A másodfokú egyenlet megoldóképletének gyök alatti részét nevezzük diszkriminánsnak.

$$D = b^2 - 4ac$$

Ez dönti el, hogy a másodfokú egyenletnek hány valós megoldása lesz.

Ha a diszkrimináns nulla, akkor csak egy.

Ha a diszkrimináns pozitív, akkor az egyenletnek két valós megoldása van.

Ha pedig negatív, akkor az egyenletnek nincs valós megoldása.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $ax^2 + bx + c = 0$ alakú másodfokú egyenlet gyöktényezős alakja:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Viète-formulák nem valami titkos gyógyszer hatóanyag, hanem a másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggéseket írja le:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Olyankor, amikor a másodfokú tag együtthatója 1, a Viète-formulák is egyszerűbbek:

$$x^2 + px + q = 0 \quad x_1 + x_2 = -p \quad x_1 x_2 = q$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egyenlőtlenségek

Egyenlőtlenséget ugyanúgy kell megoldani, mint egyenletet. Amire figyelünk kell, hogy ha negatív számmal szorzunk, az egyenlőtlenség iránya megfordul.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az egyik megoldás az, hogy szorzattá alakítjuk, aztán pedig számegyenesen ábrázoljuk a tényezők előjelét.

A második megoldás, hogy ábrázoljuk vázlatosan a másodfokú függvényt, amit az egyenlőtlenségből alkotunk, majd leolvassuk a megoldást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egyenletrendszerek

A behelyettesítő módszer az egyenletrendszerek megoldásának egyik technikája.

Lényege, hogy kiválasztjuk az egyik egyenletet, ahonnan az egyik változót kifejezzük a másikkal. Ilyenkor célszerű a számunkra szimpatikusabb, egyszerűbb egyenletet választani.

Ezt követően az így kapott kifejezést behelyettesítjük a másik, fel nem használt egyenletbe, így egy egyismeretlenes egyenletet kapunk, amit már meg tudunk oldani.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az egyenlő együtthatók módszere egy megoldási technika az egyenletrendszerekhez.

Lényege, hogy ha a két egyenletben vagy az x vagy az y együtthatói megegyeznek, akkor a két egyenletet egymásból kivonva azok kiesnek, és egy egyismeretlenes egyenletet kapunk, amit már meg tudunk oldani.

Ha az együtthatók egymás ellentettjei lennének, akkor pedig össze kell adni a két egyenletet.

A módszer akkor is működik, ha nem volnának egyenlő együtthatók, ilyenkor bátran szorozhatjuk az egyenleteket addig, amíg nem lesznek egyenlő együtthatók.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Szöveges feladatok

Az utazásról szóló szöveges feladatok megoldása során jól jönnek a még fizikából tanult összefüggések:

$$v = \frac{s}{t} \quad s = v \cdot t \quad t = \frac{s}{v}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Függvények

Adott az A és B nem üres halmaz.

Ha az A halmaz bizonyos elemeihez egyértelműen hozzárendeljük a B halmaz bizonyos elemeit, akkor ezt a hozzárendelést függvénynek nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adott az $f : A \mapsto B$ függvény. A függvény értelmezési tartománya azoknak az elemeknek a halmaza az A halmazban, amikhez a függvény hozzárendel B halmazbeli elemeket.

Az értelmezési tartományt az angol domain szó alapján, ami egyébként azt jelenti, hogy tartomány, így jelöljük: D_f .

De a gyengébb idegzetűek kedvéért szokás úgy is jelölni, hogy É.T.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f : x \mapsto y$ függvény kölcsönösen egyértelmű, ha $x_1 \neq x_2$ akkor $y_1 \neq y_2$. Vagyis különböző x -ekhez mindig különböző y -okat rendel.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Azokat a pontokat, ahol a függvény grafikonja az x tengelyt metszi, zérushelynek nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x)$ függvényt egy $]a, b[$ intervallumon monoton növekedőnek mondunk, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) \leq f(x_2)$

Szigorúan monoton növekedő, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) < f(x_2)$

Az $f(x)$ függvényt egy $]a, b[$ intervallumon monoton csökkenőnek mondunk, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) \geq f(x_2)$

Szigorúan monoton csökkenő, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) > f(x_2)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Függvény szélsőértékén a maximumát illetve minimumát értjük.

Precízebben:

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában (globális) maximuma van, ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában (globális) minimuma van, ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában lokális maximuma van, ha létezik olyan nem nulla környezete, hogy ott ő a maximum.

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában lokális minimuma van, ha létezik olyan nem nulla környezete, hogy ott ő a minimum.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Konkávnak nevezzük a függvényt azon a szakaszon, ahol "szomorú hangulatban" van, vagy precízebben ha a szakaszon a függvény bármely két pontját összekötve a függvény a két pontot összekötő egyenes felett halad.

Konvexnek nevezzük a függvényt azon a szakaszon, ahol "vidám hangulatban" van, vagy precízebben ha a szakaszon a függvény bármely két pontját összekötve a függvény a két pontot összekötő egyenes alatt halad.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Elsőfokú függvények

A [lineáris függvény](#) képlete:

$$y = m \cdot x + b \text{ vagy } x \mapsto m \cdot x + b \text{ vagy } f(x) = m \cdot x + b$$

Az egyik dolog, amit érdemes tudni róla, hogy milyen meredeken megy.

Ezt meredekségnek hívjuk, és így jön ki:

$$m = \frac{\text{amennyit fölfelé megy}}{\text{amennyit előre megy}}$$

A másik dolog, amit érdemes tudni, hogy hol metszi a függvény grafikonja az y tengelyt.

Ezt úgy hívjuk, hogy tengelymetszet, és a jele b a képletéből.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Függvénytranszformációk, függvények ábrázolása

Belső függvénytranszformáció: $f(x + a)$, ez úgy működik, hogy az x tengely mentén tolja el a függvény grafikonját.

Külső függvénytranszformáció: $f(x) + a$, ez pedig az y tengelyen tolja el a függvényt.

Függvény szorzása számmal: $a \cdot f(x)$, ilyenkor megnyújtjuk a függvényt az y tengely szerint.

Függvény változójának szorzása egy számmal: $f(a \cdot x)$, ilyenkor az x tengely szerint nyújtjuk a függvényt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Minden olyan függvényt, ami az y tengelyre szimmetrikus, páros függvénynek hívunk. Ezek a függvények azt tudják, hogy bármely x -re amelyre értelmezve vannak:

$$f(-x) = f(x)$$

Azokat a függvényeket, amelyek az origóra szimmetrikusak, páratlan függvénynek nevezzük. A páratlan függvények úgy működnek, hogy bármely x -re amelyre értelmezve vannak:

$$f(-x) = -f(x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha az x különböző pozitív egész kitevős hatványait összeadjuk vagy kivonjuk, akkor polinomokat kapunk.

A polinomfüggvény általános alakja:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

A legmagasabb fokú tag együtthatóját hívjuk főegyütthatónak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gyökös azonosságok és gyökös egyenletek

Egy a nem negatív szám négyzetgyöke az a nem negatív szám, aminek a négyzete a .

$$a \geq 0 \quad \sqrt{a} \geq 0 \quad \sqrt{a^2} = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a \geq 0, b > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy a szám köbgyöke az a szám, aminek a köbe a .

$$a \in R \quad (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \quad a \in R, b \in R$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad a \in R, b \in R$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A gyökvonás másképp viselkedik páros, illetve páratlan gyökkitevő esetén, így kétféle definíciónk lesz.

Egy a nem negatív szám $n = 2k$ -edik gyöke az a nem negatív szám, amire:

$$(\sqrt[2k]{a})^{2k} = a$$

Egy tetszőleges a szám $n = 2k + 1$ -edik gyöke az a szám, amire:

$$(\sqrt[2k+1]{a})^{2k+1} = a$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A gyökös egyenletek megoldását mindig ezzel kell kezdeni:

$$\sqrt{IZÉ} \Rightarrow IZÉ \geq 0$$

$$\sqrt{IZÉ} = VALAMI \Rightarrow VALAMI \geq 0$$

Ezt követően az elsősorú célunk, hogy megszabaduljunk a gyökjeltől, amit négyzetreemeléssel végezhetünk. Ilyenkor az a lehető legjobb, ha a gyökös izé magányosan álldogál.

Ha megszabadultunk a gyökjeltől, minden úgy megy tovább, ahogy azt már megszokhattuk az egyenleteknél.

A végén viszont fontos, hogy ellenőriznünk kell, a megoldásunk megfelel-e a feladat elején felírt kritériumnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Trigonometria a síkgeometriában

$$\sin \alpha = \frac{\text{szögellszemközti befogó}}{\text{átfogó}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{szögmelletti befogó}}{\text{átfogó}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{szögellszemközti befogó}}{\text{szögmelletti befogó}} = \frac{a}{b}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Derékszögű háromszög α hegyesszögének koszinuszát a következőképp értelmezzük:

$$\cos \alpha = \frac{\text{szögmelletti befogó}}{\text{átfogó}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Derékszögű háromszög α hegyesszögének szinuszt a következőképp értelmezzük:

$$\sin \alpha = \frac{\text{szögellszemközti befogó}}{\text{átfogó}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Derékszögű háromszög α hegyesszögének tangensét a következőképp értelmezzük:

$$\tan \alpha = \frac{\text{szögellszemközti befogó}}{\text{szögmelletti befogó}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$T = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A körszelet területét úgy kapjuk, hogy először kiszámoljuk, hogy mekkora területű a körcikk, aztán pedig kivonjuk belőle az ebbe beleeső egyenlőszárú háromszög területét:

$$T_{sz} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{r^2 \cdot \sin \alpha}{2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek

Hatványozás azonosságai:

$$a^n a^k = a^{n+k}$$

$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(a^n)^k = a^{nk} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{k}{n}} = (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Exponenciális függvénynek nevezzük az $f(x) = a^x$ alakú függvényeket, ahol $a > 0$ valós szám.

Az exponenciális függvények meglehetősen fontosak a matematikában, sőt nem csak a matematikában.

Ilyen függvények írják le a baktériumok szaporodását, a radioaktív elemek bomlását, a számítógépek teljesítményének növekedését és még rengeteg más dolgot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az exponenciális egyenletek megoldásának kulcsa, hogy a két oldalt azonos hatványalapra hozzuk, mert ekkor

$$a^x = a^b \Rightarrow x = b$$

Így hát az egyenlet két oldalát addig alakítgatjuk a hatványozás azonosságainak segítségével, amíg erre az alakra nem jutunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Exponenciális egyenlőtlenséget ugyanúgy kell mint az egyenletet, amire figyelni kell csupán az az, hogy amikor elhagyjuk a hatványalapot, nem mindegy, hogy az 1-nél nagyobb, vagy kisebb szám-e.

Ha az alap 1-nél nagyobb szám, akkor nem történik semmi, az alap elhagyása után az egyenlőtlenség iránya megmarad.

Ha viszont az alap 1-nél kisebb szám, akkor az alap elhagyása után az egyenlőtlenség iránya megfordul.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Logaritmus, logaritmumos egyenletek, egyenlőtlenségek

$\log_a x$ azt mondja meg, hogy a -t hányadik hatványra kell emelni ahhoz, hogy x -et kapjunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a \sqrt[n]{x^k} = \frac{k}{n} \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A logaritmikus egyenletek megoldásának lényege, hogy ilyen alakra jussunk:

$$\log_a x = b$$

Mert innen a logaritmus definíciója miatt az következik, hogy

$$x = a^b$$

Ahhoz, hogy a bonyolultabb egyenleteket is ilyen alakra hozzuk, a logaritmus azonosságait használjuk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Kamatos kamat és pénzügyi számítások

A kamatos kamat lényege, hogy beteszünk a bankba egy összeget, amit tőkének neveznek és T_0 -al jelölünk. Erre egy bizonyos időszak alatt $p\%$ -os kamatot kapunk. Eddig ezt úgy hívjuk, hogy egyszerű kamat. Attól lesz belőle kamatos kamat, hogy a kamattal megnövelt összeget újra kamatoztatjuk, és így elindul a kamatos kamat folyamata. Magának a kamatos kamatnak a képlete nagyon egyszerű, csupán néhány dologra kell figyelni, amiket részletesen be is mutatunk a kamatos kamat feladatok megoldása közben.

A T_0 összegből n darab kamatperiódus után a következő T_n összeg lesz, ha minden periódusban p -os a kamat:

$$T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

A képletben p jelenti a kamatot és n pedig a kamatperiódusok számát. Ezek azok a periódusok, amiknek a végén jóváírják a kamatot. Hogyha a kamatot havonta írják jóvá, akkor a periódusok hónapok, és n a hónapok száma. Hogyha féléves jóváírás van, akkor n a félévek száma, hogyha évente írják jóvá a kamatot akkor n az évek száma és így tovább. Vannak mindenféle bonyolult képletek, amik ezt megpróbálják kezelni, de kár foglalkozni velük, sokkal egyszerűbb megérteni a dolog lényegét és a sima kamatos kamat képletet használni. Mindig azt a kérdést tegyük föl magunknak, hogy milyen gyakorisággal írják jóvá a kamatot, hány jóváírás van és egy periódusra mekkora kamat jut.

Ha például az éves kamat 6% és évenkénti a kamatozás, akkor $p = 6$. Ha a jóváírás félévente történik, akkor a 6% -os éves kamatot is felezzük, tehát $p = 3$, vagy éppen havi jóváírás esetén az éves kamatot 12-vel kell osztani és így $p = 0,5$. Ha ezt a gondolatmenetet megértjük, a kamatos kamat képlete örülden egyszerű.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

T összeget n darab perióduson keresztül azonos méretű pénzösszegekben törlesztünk. Minden periódusban $p\%$ -os a kamat. Az egy periódusra eső törlesztőrészlet:

$$a = T \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1} \quad q = 1 + \frac{p}{100}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

n darab perióduson keresztül azonos méretű a pénzösszegeket fizetünk be, periódusonkénti $p\%$ -os kamat mellett. Az n periódus végén összegyűlt pénzmennyiség:

$$S_n = a \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad q = 1 + \frac{p}{100}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számtani és mértani sorozatok

Azokat a sorozatokat, ahol minden tag pontosan ugyanannyival nagyobb az előző tagnál, [számtani sorozatnak](#) nevezzük.

A sorozat differenciája az a szám, amennyivel mindegyik tag nagyobb az előzőnél.

A sorozat első elemét a_1 -gyel, a differenciát d -vel jelöljük.

A [számtani sorozat](#) n -edik tagját így tudjuk kiszámolni:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Az első n tagjának összegét pedig így:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$$

A [számtani sorozatok](#) tehát olyan legalább három számból álló [számsorozatok](#), ahol az egymással szomszédos tagok (egy tag, és az őt megelőző tag) különbsége állandó. Ezt az állandót, amely minden sorozatnál más és más, a sorozat különbségének, vagy másként differenciájának nevezzük, és d -vel jelöljük. A [számtani sorozat](#) elnevezés onnan ered, hogy a sorozatnak bármely három egymást követő tagjára igaz, hogy a három szám közül a középső a két másik számnak a számtani közepe.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

[Mértani sorozatnak](#) nevezzük azokat a legalább három tagból álló sorozatokat, ahol bármely két egymást követő tag (egy tag és az őt megelőző tag) hányadosa állandó. Ezt a hányadost kvóciensnek nevezzük és q -val jelöljük. Egy kicsit egyszerűbben megfogalmazva egy sorozat akkor [mértani sorozat](#), ha minden tagja pontosan q -szor annyi, mint az előző tag, ahol q egy tetszőleges nem nulla szám, és ezt hívjuk a sorozat hányadosának, vagy másként kvóciensének.

Vagyis a sorozat kvóciense vagy hányadosa az a szám, ahányszor mindegyik tag nagyobb az előzőnél.

A sorozat első elemét a_1 -gyel, a kvóciensét vagy hányadosát q -val jelöljük.

A [mértani sorozat](#) n -edik tagját így tudjuk kiszámolni:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Az első n tagjának összegét pedig így:

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Olyankor, amikor $q = 1$ ez az összegképlet nem működik. Ilyenkor a sorozat minden tagja az előző tag egyszerese, ami azt jelenti, hogy a sorozatnak minden tagja ugyanannyi. Ekkor az összegképlet így néz ki: $S_n = a_1 \cdot n$

A [mértani sorozat](#) elnevezés onnan ered, hogy a nem negatív tagú mértani sorozatokra igaz, hogy bármely három egymást követő tagja közül a középső tag a másik két tag mértani közepe.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek

Azt a kört a koordináta-rendszerben, aminek középpontja az origó és a sugara 1, egységkörnek nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad \cos \alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad \sin \alpha = \sin(\pi - \alpha)$$

$$\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad -\sin \alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad -\cos \alpha = \cos(\pi - \alpha)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az egységkörben az x tengely irányát kezdő iránynak nevezzük, az egységvektor végpontjába mutató irányt pedig záró iránynak. A két irány által bezárt szög α . Az egységvektor végpontjának x koordinátáját nevezzük az α szög koszinuszának, és így jelöljük: $\cos \alpha$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az egységkörben az x tengely irányát kezdő iránynak nevezzük, az egységvektor végpontjába mutató irányt pedig záró iránynak. A két irány által bezárt szög α . Az egységvektor végpontjának y koordinátáját nevezzük az α szög szinusznak, és így jelöljük: $\sin \alpha$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy α szög tangense az α szög szinuszának és koszinuszának hányadosával egyenlő:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $\sin x$ és $\cos x$ függvények periodikusak, ez azt jelenti, hogy bizonyos időközönként megismétlik önmagukat. Ezt az időközt periódusnak nevezzük és az ő esetükben a periódus 2π .

Ha van egy ilyen egyenlet, hogy

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

akkor ennek a periodikussága miatt végtelen sok megoldása van, ezért írjuk oda a megoldások mögé, hogy $+2k\pi$.

További nehézség, hogy két megoldás is van, az egyiket a számológépünk adja, a másikat pedig...

Színusz esetén úgy, hogy a két megoldás összegének π -nek kell lennie.

Koszínusz esetén pedig úgy, hogy a két megoldás mindig egymás minuszegyszerese.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Trigonometrikus függvényeknek vagy szögfüggvényeknek nevezzük azokat a függvényeket, amelyek tartalmazznak trigonometrikus kifejezéseket, mint például színusz, koszínusz vagy tangens. Ezek eredetileg egy derékszögű háromszög egy szöge és két oldala hányadosa közti összefüggéseket írja le.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Feladatok függvényekkel

Ha a másodfokú függvény hozzárendelési szabálya: $f_i = a_i \cdot x^2 + b_i$, akkor itt az a_i -t főegyütthatónak hívjuk és eléggé lényeges dolgok függnek tőle.

Hogyha a negatív, akkor a függvény grafikonja egy lefelé nyíló parabola, ha pozitív, akkor felfelé nyíló. És minél nagyobb az a szám, a parabola annál keskenyebb.

A b az annyit tud, hogy hol metszi a függvény grafikonja az y tengelyt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Trigonometrikus függvényeknek vagy szögfüggvényeknek nevezzük azokat a függvényeket, amelyek tartalmaznak trigonometrikus kifejezéseket, mint például szinusz, koszinusz vagy tangens. Ezek eredetileg egy derékszögű háromszög egy szöge és két oldala hányadosa közti összefüggéseket írja le.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektorok

A vektor egy irányított szakasz.

Jelölése: $\underline{v} = \overrightarrow{AB}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két vektor: $\underline{a} = (a_1, a_2), \underline{b} = (b_1, b_2)$

A két vektor összege:

$$\underline{a} + \underline{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

A két vektor különbsége:

$$\underline{a} - \underline{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

$$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt az $\underline{a} = (a_1, a_2)$ és $\underline{b} = (b_1, b_2)$ vektor.

Az $\underline{a}$ vektor hossza:

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Az $\overrightarrow{AB}$ vektor hossza:

$$|\overrightarrow{AB}| = |\underline{b} - \underline{a}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

És pont ugyanígy kapjuk meg az A és B pontok távolságát is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két pont közti vektor a végpontba mutató helyvektor minusz a kezdőpontba mutató helyvektor.

$$\text{Tehát } \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Koordinátageometria

A normálvektor az egyenesre merőleges nem nullvektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az irányvektor az egyenessel párhuzamos nem nullvektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{n}(A, B)$ normálvektorú és a $P(x_0, y_0)$ ponton átmenő e egyenes egyenlete:

$$e: A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$C(u, v)$ középpontú és r sugarú kör egyenlete:

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy P pontnak az $\underline{n}(A, B)$ normálvektorú e egyenestől mért távolsága:

$$d(P, e) = \left| \frac{e(P)}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

Itt $e(P)$ azt jelenti, hogy a P pont koordinátáit behelyettesítjük az e egyenes egyenletébe.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)