

## Gráfparaméterek, párosítások

A független ponthalmaz precíz definíciójára mindjárt kettő is van.

Íme az egyik:

Egy  $G$  gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az  $A \subset V(G)$  részalmazát, ha nincs olyan él, amelynek mindkét végpontja  $A$ -ban van.

És itt jön a másik:

Egy  $G$  gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az  $A \subset V(G)$  részalmazát, ha az  $A$  által feszített részgráf nem tartalmaz élt.

Egy  $G$  gráfban a független csúcsok maximális számát  $\alpha(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy  $G$  gráfban a  $T \subset V(G)$  ponthalmaz lefogó ponthalmaz, ha  $G$  minden élének legalább az egyik végpontja  $T$ -ben van.

Egy gráfban a minimális méretű lefogó ponthalmaz elemszámát  $\tau(G)$ -vel jelöljük.

A maximális lefogó ponthalmaz pedig a gráf összes csúcsa, és elemszáma éppen  $|V(G)| = n$ .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Ha vesszük egy gráfban a maximális számú független pontokat és a minimális számú lefogó pontokat, akkor épp megkapjuk a gráf összes pontját.

Ezt hívjuk első Gallai tételnek:

$$\tau(G) + \alpha(G) = n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy  $G$  gráf éleinek  $M$  részalmazza független élhalmaz, ha  $M$  semelyik két elemének nincs közös végpontja.

Egy gráf független éleinek maximális számát  $\nu(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy  $G$  gráf éleinek  $R$  részalmazza lefogó élhalmaz, ha a gráf minden csúcsa valamelyik  $R$ -beli él végpontja.

Egy  $G$  gráfban a lefogó élek minimális számát  $\rho(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Ha vesszük egy gráfban a minimális számú lefogó éleket, és a maximális számú független éleket, akkor a gráf minden pontjához pontosan egy él fog tartozni.

Ez Gallai második tétele:

Ha egy  $n$  csúcsú gráf nem tartalmaz izolált pontot, akkor

$$\rho(G) + \nu(G) = n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\alpha(G) \leq \rho(G) \quad \nu(G) \leq \tau(G)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy  $G$  gráf akkor és csak akkor páros, ha minden  $G$ -ben szereplő kör páros hosszúságú.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy  $G$  gráfban az  $E(G)$  élhalmaznak egy  $M$  részhalmazát párosításnak nevezzük, ha  $M$  semelyik két elemének nincs közös végpontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy  $G$  gráfban az  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  élsorozat az  $M$  párosítás javító útja, ha

1) a megadott élsorozat egy páratlan hosszú út  $G$ -ben

2) az élek felváltva elemei  $M$ -nek:

$$e_{2k} \in M \text{ és } e_{2k+1} \notin M$$

3) az út kezdő és végpontja nem illeszkedik semelyik  $M$ -beli élre sem

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Azokat a párosításokat nevezzük teljes párosításoknak, ami a gráf összes csúcsát lefedi.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy gráfban akkor és csakis akkor létezik teljes párosítás, ha bárhogyan hagyunk el a gráfból néhány pontot, a megmaradt gráfban a páratlan komponensek száma nem több az elhagyott pontok számánál.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---