Becslések

Olyan esetekben, amikor valamiért nem tudjuk vagy nem akarjuk a teljes sokaságot megvizsgálni, hogy meghatározzuk a fontosabb statisztikai mutatóit, becslést alkalmazunk. A becslés lényege, hogy egy minta alapján próbálunk ezekre a mutatókra következtetni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A megbízhatósági szintet konfidencia szintnek nevezzük. A konfidencia szint szokásos jelölése $1-\alpha$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $1-\alpha$ megbízhatósági szinthez, vagy másként konfidencia szinthez tartozó konfidencia intervallumok azok az intervallumok, amik a sokasági átlagot $1-\alpha$ valószínűséggel tartalmazzák.

A konfidencia intervallum végpontjai:

$\overline{x} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ahol

$\overline{x} =$ a minta átlaga

$n =$ a minta elemszáma

$\sigma =$ a teljes sokaság szórása

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pedig a standard normális eloszlás $1-\frac{\alpha}{2}$-höz tartozó Z értéke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\overline{x} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ahol

$\overline{x} =$ a minta átlaga

$n =$ a minta elemszáma

$\sigma =$ a teljes sokaság szórása

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pedig a standard normális eloszlás $1-\frac{\alpha}{2}$-höz tartozó Z értéke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A FAE minta azt jelenti, hogy a mintavétel során bármely mintaelemet azonos eséllyel választunk ki. Ilyen a visszatevéses mintavétel, vagy pedig abban az esetben ha az alapsokaság elemszáma nagyon nagy, akkor a visszatevés nélküli mintavétel is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\overline{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ ahol

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{x} =$ a minta átlaga

$n =$ a minta elemszáma

$s =$ a teljes sokaság szórása, a sokasági szórás nem ismert

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pedig a t-eloszlás $1-\frac{\alpha}{2}$-höz tartozó értéke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\overline{p} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$ ahol

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{p} =$ a minta alapján kapott valószínűség

$n =$ a minta elemszáma

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pedig a standard normális eloszlás $1-\frac{\alpha}{2}$-höz tartozó Z értéke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}(v)}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}(v)}}$ ahol

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{p} =$ a minta alapján kapott valószínűség

$n =$ a minta elemszáma

$s =$ a minta szórása, a sokasági szórás nem ismert

$\chi^2(v)$ pedig a khi-négyzet eloszlás megfelelő értéke

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az EV-minta abban különbözik a FAE-mintától, hogy a kiválasztott mintaelemek nem függetlenek egymástól.

Ez olyankor fordulhat elő, ha a teljes sokaság mérete viszonylag kicsi a minta elemszámához képest. EV-minták esetén tehát a minta fontos jellemzőjévé válik, hogy mekkora a teljes sokaság, amelynek elemszámát N jelöli.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\overline{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1-\frac{n}{N}}$ ahol

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{x} =$ a minta átlaga

$n =$ a minta elemszáma

$N =$ a teljes sokaság elemszáma

$s =$ a minta szórása

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pedig a t-eloszlás $1-\frac{\alpha}{2}$-höz tartozó értéke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\overline{p} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} \cdot \sqrt{1-\frac{n}{N}}$ ahol

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{p} =$ a minta alapján kapott valószínűség

$n =$ a minta elemszáma

$N =$ a teljes sokaság elemszáma

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ pedig a standard normális eloszlás $1-\frac{\alpha}{2}$-höz tartozó Z értéke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a teljes sokaságot felosztjuk viszonylag homogén rétegekre, és a mintát is ezen a rétegek szerint vizsgáljuk, a variancia csökkenthető.

$$\hat{\overline{x}}_R \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot s_{\hat{\overline{X}}_R}$$

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{x} =$ a minta átlaga

$n =$ a minta elemszáma

$n_j =$ a minta j-edik rétegének elemszáma

$N =$ a teljes sokaság elemszáma

$N_j =$ a teljes sokaság j-edik rétegének elemszáma

$W_j =$ a teljes sokaság j-edik rétegének a teljes sokasághoz viszonyított aránya

$s_j =$ a minta j-edik rétegének szórása

$$\hat{\overline{X}}_R = \sum_{j=1}^{M} W_j \overline{x}_j$$

$$s^2_{\hat{\overline{X}}_R} = \sum_{j=1}^{M} W_j^2 \frac{s_j^2}{n_j}\left(1-\frac{n_j}{N_j}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kétmintás becslésekre akkor van szükség, amikor kétsokaság valamilyen paraméterét, leginkább az átlagát szeretnénk összehasonlítani.

A kétmintás becslések lehetnek független mintás becslések vagy páros mintás becslések.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha mindkét sokaság közel normális eloszlású, akkor az átlagok különbségének becslésére ez a formula van forgalomban.

$d \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot s_d$ ahol $d = \overline{x} - \overline{y}$

$s_d = s_c \cdot \sqrt{\frac{1}{n_Y} + \frac{1}{n_X}}$ itt $s_c^2 = \frac{(n_X-1)s_X^2+(n_Y-1)s_Y^2}{n_X+n_Y-2}$

$1-\alpha =$ konfidencia szint

$\overline{x} =$ az egyik minta átlaga

$\overline{Y} =$ a másik minta átlaga

$n_X =$ az egyik minta elemszáma

$n_Y =$ a másik minta elemszáma

A szabadságfok $v = n_X + n_Y - 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy becslést torzítatlannak nevezünk, ha az egyes mintákból kapott becslések várható értéke megegyezik a becsülni kívánt mennyiséggel.

Ez a tulajdonság azt jelenti, hogy a becslés során kapott értékek a becsülni kívánt érték körül ingadoznak, és ez az ingadozás szimmetrikus. A torzítatlan becsléseket mindig előnyben részesítjük a torzítottakkal szemben.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kérdés az, hogy ha egy sokasági jellemzőre több becslés jöhet szóba, hogyan válasszunk közülük, vagyis mikor tekintünk egy becslést jónak, kettő közül melyiket tekintjük jobbnak és kijelenthetjük-e valamelyikről, hogy a legjobb?

Két alapvető szempont alapján szoktuk a becsléseket versenyeztetni. Az egyik, a már jól ismert torzítatlanság, vagyis a becslésnek az a tulajdonsága, hogy az összes lehetséges mintán vett becslések átlaga megegyezik a becsülni kívánt sokasági jellemzővel. A másik az úgynevezett minimális variancia kritérium.

A minimális variancia kritérium azt jelenti, hogy ha van két torzítatlan becslésünk, akkor a kettő közül azt tekintjük jobbnak, aminek az összes mintán vett értékeinek varianciája kisebb.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) + (E(\theta) - \theta)^2$$

Az első tag a varianciát, a második tag a várható értéktől való eltérést, vagyis a torzítottságot méri. Ha a becslés torzítatlan, $E(\hat{\theta}) = \hat{\theta}$ így ez a második tag nulla. Két becslés közül azt részesítjük előnyben, amelyre MSE kisebb.

Az $E(\hat{\theta}) - \theta$ különbségre, vagyis a torzítás mértékére az angol bias szó alapján a$Bs\hat{\theta}$ jelölés van forgalomban. Használatos tehát az

$$MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) + Bs^2(\hat{\theta})$$

Képlet is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Eddigi vizsgálódásaink egyik legfontosabb eredménye a mintaátlagot eloszlásának jellemzése. Ha a teljessokaság átlaga μ és szórása pedig σ, akkor az ebből vett n elemű minták átlagai olyan eloszlással helyezkednek el, aminek átlaga szintén μ, a szórása pedig $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Ezt az utóbbit a minta standard hibájának szokás nevezni. A standard hiba tehát azt mondja meg, hogy a mintaátlagok mekkora szórással ingadoznak a tényleges sokasági átlag körül.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mintavételi hibának azokat a hibákat nevezzük, amik kimondottan azért fordulnak elő, mert nem tudjuk, vagy nem akarjuk a teljes sokaságot vizsgálni. A mintavételi hiba tehát a sokaság eloszlásán és a mintavételi eljáráson kívül főleg a minta elemszáma határozza meg. Mivel pedig ezeket általában már a mintavételt megelőzően ismerjük, a mintavételi hibának megvan az a kellemes tulajdonsága, hogy legtöbbször előre megállapítható. Vagyis még el sem végeztük a mintavételt, de már tudjuk, hogy mekkora lesz a mintavétel során elkövetett hiba. Ez a kellemes tulajdonság lesz a kiindulópont a becslések és később a hipotizésvizsgálatok elméletének kiépítésében.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
