Gráfparaméterek, párosítások

A független ponthalmaz precíz definíciójára mindjárt kettő is van.

Íme az egyik:

Egy G gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az $A \subset V(G)$ részhalmazát, ha nincs olyan él, amelynek mindkét végpontja A-ban van.

És itt jön a másik:

Egy G gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az $A \subset V(G)$ részhalmazát, ha az A által feszített részgráf nem tartalmaz élt.

Egy G gráfban a független csúcsok maximális számát $\alpha(G)$-vel jelöljük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy G gráfban a $T \subset V(G)$ ponthalmaz lefogó ponthalmaz, ha G minden élének legalább az egyik végpontja T-ben van.

Egy gráfban a minimális méretű lefogó ponthalmaz elemszámát $\tau(G)$-vel jelöljük.

A maximális lefogó ponthalmaz pedig a gráf összes csúcsa, és elemszáma éppen $|V(G)\ | = n$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha vesszük egy gráfban a maximális számú független pontokat és a minimális számú lefogó pontokat, akkor épp megkapjuk a gráf összes pontját.

Ezt hívjuk első Gallai tételnek:

$$\tau(G) + \alpha(G) = n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy G gráf éleinek M részhalmaza független élhalmaz, ha M semelyik két elemének nincs közös végpontja.

Egy gráf független éleinek maximális számát $\nu(G)$-vel jelöljük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy G gráf éleinek R részhalmaza lefogó élhalmaz, ha a gráf minden csúcsa valamelyik R-beli él végpontja.

Egy G gráfban a lefogó élek minimális számát $\rho(G)$-vel jelöljük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha vesszük egy gráfban a minimális számú lefogó éleket, és a maximális számú független éleket, akkor a gráf minden pontjához pontosan egy él fog tartozni.

Ez Gallai második tétele:

Ha egy n csúcsú gráf nem tartalmaz izolált pontot, akkor

$\rho(G) + \nu(G) = n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\alpha(G) \leq \rho(G) \quad \nu(G) \leq \tau(G)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy G gráf akkor és csak akkor páros, ha minden G-ben szereplő kör páros hosszúságú.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy G gráfban az $E(G)$ élhalmaznak egy M részhalmazát párosításnak nevezzük, ha M semelyik két elemének nincs közös végpontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy G gráfban az $e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n$ élsorozat az M párosítás javító útja, ha

1) a megadott élsorozat egy páratlan hosszú út G-ben

2) az élek felváltva elemi M-nek:

$e_{2k} \in M$ és $e_{2k+1} \notin M$

3) az út kezdő és végpontja nem illeszkedik semelyik M-beli élre sem

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azokat a párosításokat nevezzük teljes párosításoknak, ami a gráf összes csúcsát lefedi.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráfban akkor és csakis akkor létezik teljes párosítás, ha bárhogyan hagyunk el a gráfból néhány pontot, a megmaradt gráfban a páratlan komponensek száma nem több az elhagyott pontok számánál.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
