

## Gráfok izomorfája és síkbarajzolhatósága

A  $G$  gráf csúcsainak halmazát  $V(G)$ -vel jelöljük. Itt a  $V$  az angol vertex = csúcs szóra utal.

A  $G$  gráf éleinek halmazát  $E(G)$ -vel jelöljük. Itt  $E$  az angol edge = él.

A  $G$  gráf egy  $(V(G), E(G))$  rendezett pár, ahol  $V(G)$  egy nem üres halmaz,  $E(G)$  pedig a  $V(G)$ -ből képezhető párok egy halmaza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha a gráf egy csúcsából elindulunk, és teszünk egy sétát a gráfon, akkor egy élsorozatot kapunk.

Azokat az élsorozatotkat, amelyek a gráf semelyik pontján nem haladnak át többször, útnak nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy élsorozat ugyanabból a csúcsból indul, mint ahova érkezik, akkor körsétának nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Minden gráfban a csúcsok fokszámainak összege az élek számának a kétszerese:

$$\sum d(V_n) = 2e$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy gráfban nincs kör, de maga a gráf összefüggő, akkor fának nevezzük.

Egy  $n$  csúcsú fának mindig  $n - 1$  darab éle van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A nem összefüggő körmentes gráfok neve erdő.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf komplementere azt a gráfot jelenti, aminek csúcsai ugyanazok, mint az eredeti gráfnak, és két csúcs pontosan akkor szomszédos benne, ha az eredeti gráfban nem.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $G(V(G), E(G))$  gráf izomorf a  $G'(V(G'), E(G'))$  gráffal, ha van egy bijekció a  $V(G)$  és  $V'(G)$  között, amire teljesül, hogy  $G$ -ben pontosan akkor szomszédos két pont, ha  $G'$ -ben a nekik megfelelő pontok szomszédosak, és szomszédos pontpárok esetén ugyanannyi él fut közöttük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráfban topologikusan ekvivalens átalakításnak nevezzük azt, ha egy élt egy másodfokú csúcs beiktatásával két élre bontunk, vagy ha egy 2 fokú csúcsra illeszkedő éleket egybeolvasztunk, és a csúcsot elhagyjuk.

Két gráf akkor topologikusan izomorf, ha topologikusan ekvivalens lépések egymás utáni alkalmazásával el tudjuk érni, hogy a két gráf izomorf legyen.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

A titkos recept gráfok izomorfijának vizsgálatához:

- 1) Fokszámok vizsgálata
- 2) Utak hossza
- 3) Van-e kör?
- 4) Milyen hosszúak a körök?
- 5) Élek vizsgálata

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy gráf síkbarajzolható, ha lerajzolható úgy, hogy élei csak a csúcspontokban találkozzanak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

A Kuratowski-tétel szerint egy gráf pontosan akkor nem síkbarajzolható, ha tartalmaz  $K_{3,3}$ -mal vagy  $K_5$ -tel topológiailag izomorf részgráfot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Azt mondja az Euler-féle poliéder-tétel, hogy ha egy konvex poliéder csúcsainak száma  $V$ , lapjainak száma  $F$  és éleinek száma  $E$ , akkor

$$V + F = E + 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Ha egy egyszerű gráfban minden kör legalább  $k$  hosszú, akkor a síkbarajzolhatóság szükséges feltétele:

$$(k - 2) \cdot E \leq k \cdot V - 2k$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Ha egy egyszerű gráf síkbarajzolható, akkor meg kell felelnie ennek a feltételnek:

$$E \leq 3V - 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---