# Hatványsorok, Taylor-sorok

Ha $x_0$ a hatványsor középpontja, akkor az $x_0$ pont $r$ sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük, ahol $r$ a konvergenciasugár.

A konvergencia tartomány belső pontjaiban a hatványsor abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Ha $x_0$ a hatványsor középpontja, akkor az $x_0$ pont $r$ sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük.

A konvergencia tartomány belső pontjaiban a hatványsor abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Legyen $f(x)$ $k$-szor differenciálható egy $I$ intervallumon, ami tartalmazza az $a$ számot. Ekkor az $f(x)$ függvény $a$ pontban felírt $k$-adfokú Taylor polinomja:

$$T(x) = \sum_{n=0}^{k} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Legyen $f(x)$ akárhányszor differenciálható egy $I$ intervallumon, ami tartalmazza az $a$ számot. Ekkor az $f(x)$ függvény $a$ pontban felírt Taylor sora:

$$T(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Az $e^x$, $\ln x$, $\sin x$ és $\cos x$ függvények Taylor sorai:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}x^n \quad \ln x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} \quad \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Ha $f(x)$ egymás után $k$-szor folytonosan differenciálható az $[a,b]$ zárt intervallumon, és $k+1$-edszer differenciálható az $(a,b)$ nyílt intervallumon, akkor létezik olyan $c \in (a,b)$ amire

$$f(b) = T(b) + R(b) = \sum_{n=0}^{k} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(b-a)^n + \frac{f^{(k+1)}(c)}{(k+1)!}(b-a)^{k+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Azokat a végtelen sorokat, amelyek így néznek ki, hatványsornak nevezzük:

$$\sum a_n (x - x_0)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot