Interpolációs polinomok

Az interpoláció egy közelítő módszer, amely a függvény ismert értékei alapján ad közelítést a nem ismert értékeire.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Lagrange-féle interpolációs polinom megadja azt a polinomot, amely x_1-ben y_1-et, x_2-ben y_2-t és így tovább x_n-ben y_n értéket vesz föl. Általánosan így tudjuk legyártani:

$$P(x) = \sum_{j=1}^{n} \prod_{k \neq j}^{n} \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \cdot y_j$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Newton interpoláció első lépése, hogy elkészítjük a Newton-együtthatókat:

$$N_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad N_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \quad N_3 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$$

$$N_4 = \frac{N_2 - N_1}{x_3 - x_1} \quad N_5 = \frac{N_3 - N_2}{x_4 - x_2}$$

$$N_6 = \frac{N_5 - N_4}{x_4 - x_1}$$

A polinomot pedig így kapjuk meg:

$$P(x) = y_1 + N_1(x - x_1) + N_4(x - x_1)(x - x_2) + N_6(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Hermite interpoláció abban különbözőik a Lagrange és Newton féle interpolációktól, hogy az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ helyeken nem csak az eredeti polinom-függvény értékeit, hanem a deriváltjait is nézzük.

A keresett polinomfüggvény mindig egyel kisebbfokú lesz, mint az interpolációs pontok száma k) és a következő alakban keressük:

$$f(x) = a_{k-1}x^{k-1} + a_{k-2}x^{k-2} + \cdots + a_1 x + a_0$$

A polinom együtthatóit úgy kapjuk meg, hogy az ismert adatokat behelyettesítjük és egy egyenletrendszert alkotunk belőle, amit pl. Gauss eliminációval megoldhatunk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha az f függvény $n+1$-szer deriválható az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ és x által kifeszített I intervallumon, akkor az interpoláció hibája:

$$E_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi_x)}{(n+1)!} \cdot \prod_{i=1}^{n} (x - x_i) \quad \xi_x \in I$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
