

Gráfparaméterek, párosítások

A független ponthalmaz precíz definíciójára mindjárt kettő is van.

Íme az egyik:

Egy G gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az $A \subset V(G)$ részalmazát, ha nincs olyan él, amelynek mindkét végpontja A -ban van.

És itt jön a másik:

Egy G gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az $A \subset V(G)$ részalmazát, ha az A által feszített részgráf nem tartalmaz élt.

Egy G gráfban a független csúcsok maximális számát $\alpha(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban a $T \subset V(G)$ ponthalmaz lefogó ponthalmaz, ha G minden élének legalább az egyik végpontja T -ben van.

Egy gráfban a minimális méretű lefogó ponthalmaz elemszámát $\tau(G)$ -vel jelöljük.

A maximális lefogó ponthalmaz pedig a gráf összes csúcsa, és elemszáma éppen $|V(G)| = n$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha vesszük egy gráfban a maximális számú független pontokat és a minimális számú lefogó pontokat, akkor épp megkapjuk a gráf összes pontját.

Ezt hívjuk első Gallai tételnek:

$$\tau(G) + \alpha(G) = n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf éleinek M részalmazza független élhalmaz, ha M semelyik két elemének nincs közös végpontja.

Egy gráf független éleinek maximális számát $\nu(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf éleinek R részalmazza lefogó élhalmaz, ha a gráf minden csúcsa valamelyik R -beli él végpontja.

Egy G gráfban a lefogó élek minimális számát $\rho(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha vesszük egy gráfban a minimális számú lefogó éleket, és a maximális számú független éleket, akkor a gráf minden pontjához pontosan egy él fog tartozni.

Ez Gallai második tétele:

Ha egy n csúcsú gráf nem tartalmaz izolált pontot, akkor

$$\rho(G) + \nu(G) = n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\alpha(G) \leq \rho(G) \quad \nu(G) \leq \tau(G)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf akkor és csak akkor páros, ha minden G -ben szereplő kör páros hosszúságú.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban az $E(G)$ élhalmaznak egy M részhalmazát párosításnak nevezzük, ha M semelyik két elemének nincs közös végpontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban az $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ élsorozat az M párosítás javító útja, ha

1) a megadott élsorozat egy páratlan hosszú út G -ben

2) az élek felváltva elemei M -nek:

$$e_{2k} \in M \text{ és } e_{2k+1} \notin M$$

3) az út kezdő és végpontja nem illeszkedik semelyik M -beli élre sem

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Azokat a párosításokat nevezzük teljes párosításoknak, ami a gráf összes csúcsát lefedi.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráfban akkor és csakis akkor létezik teljes párosítás, ha bárhogyan hagyunk el a gráfból néhány pontot, a megmaradt gráfban a páratlan komponensek száma nem több az elhagyott pontok számánál.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)