

Sorok összege és konvergenciája

Azokat a sorokat nevezzük mértani sornak, amelyek így néznek ki, mint ez:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_1 q^n$$

Ha $|q| < 1$ akkor a mértani sor konvergens és összege

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_1 q^n = \frac{a_1}{1-q}$$

Ha $|q| \geq 1$ akkor a sor divergens.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy végtelen sor akkor konvergens, ha részletösszezsorozata konvergens és ekkor a sor összege:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim S_n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha $\lim a_n \neq 0$ akkor $\sum a_n$ divergens.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $\sum (-1)^n \cdot a_n$ sor konvergens, ha $a_n \rightarrow 0$ monoton csökkenő sorozat.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $\sum a_n$ sor konvergenciája a gyök kritérium alapján így dönthető el:

Ha $\lim \sqrt[n]{|a_n|} < 1$ akkor $\sum a_n$ abszolút konvergens.

Ha $\lim \sqrt[n]{|a_n|} > 1$ akkor $\sum a_n$ divergens.

Ha $\lim \sqrt[n]{|a_n|} = 1$ akkor nem tudunk semmit.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $\sum a_n$ sor konvergenciája a hányados kritérium alapján így dönthető el:

Ha $\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$ akkor $\sum a_n$ abszolút konvergens.

Ha $\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1$ akkor $\sum a_n$ divergens.

Ha $\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$ akkor nem tudunk semmit.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha $a_n \rightarrow 0$ pozitív tagú monoton csökkenő sorozat, akkor a

$$\sum (-1)^n a_n = -a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots$$

végtelen sort Leibniz sornak nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha $\sum a_n$ és $\sum b_n$ nem negatív tagú sorok, és egy bizonyos tagtól $a_n \leq b_n$ akkor

$$\sum b_n \text{ konvergens} \Rightarrow \sum a_n \text{ is konvergens}$$

$$\sum a_n \text{ divergens} \Rightarrow \sum b_n \text{ is divergens}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} = \begin{cases} \text{konvergens, ha } \alpha > 1 \\ \text{divergens, ha } \alpha \leq 1 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A teleszkopikus sorok olyan végtelennek tűnő összegek, amik megfelelő átalakítások után már csak véges sok tagból állnak.

Például:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha x_0 a [hatványsor](#) középpontja, akkor az x_0 pont r sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük, ahol r a konvergenciasugár.

A [konvergencia tartomány](#) belső pontjaiban a [hatványsor](#) abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha x_0 a [hatványsor](#) középpontja, akkor az x_0 pont r sugarú környezetét konvergencia tartománynak nevezzük.

A [konvergencia tartomány](#) belső pontjaiban a [hatványsor](#) abszolút konvergens, a végpontokat pedig külön kell vizsgálni.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
