

Valószínűségi változók

Folytonosnak nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik folytonos mennyiségeket mérnek, ilyen például az idő, a távolság. Ebben az esetben az [eloszlás](#) függvény is mindig folytonos függvény lesz.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Diszkrétnek nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik megszámlálhatóan sok értéket vesznek fel. Ez azt jelenti, hogy vagy véges sokat, vagy végtelent, de úgy, hogy fel tudjuk sorolni az értékeit.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az X [valószínűségi változó](#) eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = P(X < x)$$

Ha az X [valószínűségi változó](#) diszkrét és értékei $X = a, X = b, X = c$ meg ilyenek, akkor az [eloszlásfüggvény](#) mindig egy lépcsőzetes függvény, ami minden számnál pontosan akkorát ugrik, mint az adott szám valószínűsége, amíg el nem érjük az 1-et.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq a \\ P(X = a) & \text{ha } a < x \leq b \\ P(X = a) + P(X = b) & \text{ha } b < x \leq c \\ \dots \\ 1 \end{cases}$$

Ha az X [valószínűségi változó](#) folytonos, akkor az a és b számok között bármilyen valós értéket fölvehet. Ilyenkor az [eloszlásfüggvény](#) is folytonos, ami a -ig nullát vesz föl, a és b közt növekszik és b után végig egyet vesz föl. Vagyis ahol az X [valószínűségi változó](#) működik, ott a függvény életre kel, előtte és utána pedig hibernált állapotban van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A [sűrűségfüggvény](#) úgy működik, hogy a valószínűségeket a görbe alatti területek adják meg. Az [eloszlásfüggvény](#) jele $F(x)$ volt, a [sűrűségfüggvény](#) jele $f(x)$. Az $a < X < b$ valószínűség éppen a görbe alatti terület a -tól b -ig.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

Ha az $X < a$ valószínűséget szeretnénk kiszámolni:

$$P(X < a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

Ha a $b < X$ valószínűséget:

$$P(b < X) = \int_b^{+\infty} f(x) dx$$

Ha ezt a három területet összeadjuk, akkor éppen a teljes görbe alatti területet kapjuk, ami a 100%-ot jelenti, így hát ez a terület éppen 1.

A [sűrűségfüggvény](#) tulajdonságai:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

nem negatív

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$1. \lim_{-\infty} F(x) = 0$$

$$2. \lim_{\infty} F(x) = 1$$

3. monoton nő

4. balról folytonos

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$1. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

2. nem negatív

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$P(X < a) = F(a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

$$P(b < X) = 1 - F(b) = \int_b^{+\infty} f(x) dx$$

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az X [valószínűségi változó](#) $F(x)$ eloszlásfüggvényéből úgy kapjuk meg az $f(x)$ sűrűségfüggvényét, hogy az $F(x)$ eloszlásfüggvényt deriváljuk, azaz:

$$F'(x) = f(x)$$

Ha az X [valószínűségi változó](#) $f(x)$ sűrűségi függvényét ismerjük, és meg akarjuk adni az $F(x)$ eloszlásfüggvényét, akkor azt pedig így tehetjük:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
