

## Határozott integrálás

Ha  $f(x)$  integrálható az  $[a, b]$  intervallumon és létezik primitív függvénye ezen az intervallumon, akkor a [Newton Leibniz formula](#) szerint a határozott integrálját a következőképp számolhatjuk ki:

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f$   $[a, b]$  intervallumon korlátos függvény Riemann integrálható az  $[a, b]$  intervallumon, ha egyetlen olyan  $I$  szám létezik, hogy bármely felosztásra:

$$s \leq I \leq S$$

ahol  $s$  az alsó közelítő összeg:  $s = \sum_{i=1}^n m_i(x_i - x_{i-1})$       $m_i = \inf \{f(x), x \in [x_{i-1}, x_i]\}$

ahol  $S$  a felső közelítő összeg:  $S = \sum_{i=1}^n M_i(x_i - x_{i-1})$       $M_i = \sup \{f(x), x \in [x_{i-1}, x_i]\}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha integráljuk a pozitív számegegyenesen az

$$f(x) = \frac{1}{x^\alpha}$$

függvényt, akkor 0-tól 1-ig is improprius integrált kapunk és 1-től végtelenig is.

Ha 0-tól 1-ig integrálunk:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx = \begin{cases} \frac{1}{-\alpha+1} & \text{ha } \alpha < 1 \\ \infty & \text{ha } \alpha \geq 1 \end{cases}$$

Ha 1 és végtelen között integrálunk:

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx = \begin{cases} \frac{1}{\alpha-1} & \text{ha } \alpha > 1 \\ \infty & \text{ha } \alpha \leq 1 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Forgástest térfogata:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Forgástest felszíne:

$$A = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)