

## Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

A vektor egy irányított szakasz.

Jelölése:  $\underline{v} = \overrightarrow{AB}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két vektor:  $\underline{a} = (a_1, a_2), \underline{b} = (b_1, b_2)$

A két vektor összege:

$$\underline{a} + \underline{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

A két vektor különbsége:

$$\underline{a} - \underline{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

$$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt az  $\underline{a} = (a_1, a_2)$  és  $\underline{b} = (b_1, b_2)$  vektor.

Az  $\underline{a}$  vektor hossza:

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Az  $\overrightarrow{AB}$  vektor hossza:

$$|\overrightarrow{AB}| = |\underline{b} - \underline{a}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

És pont ugyanígy kapjuk meg az  $A$  és  $B$  pontok távolságát is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két pont közti vektor a végpontba mutató helyvektor minusz a kezdőpontba mutató helyvektor.

Tehát  $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két vektor:  $\underline{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\underline{b} = (b_1, b_2)$ .

Az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  vektorok skaláris szorzata:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos \gamma = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

ahol  $\gamma$  a két vektor által bezárt szög

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \text{ vagyis az } \underline{a} \text{ vektor hossza}$$

$$|\underline{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}, \text{ vagyis a } \underline{b} \text{ vektor hossza}$$

Két vektor merőleges egymásra, ha  $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$ .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt az  $\underline{a} = (a_1, a_2)$  vektor.

Az  $\underline{a}$  +90°-os elforgatottja:

$$\underline{a}^{+90^\circ} = (-a_2, a_1)$$

Az  $\underline{a}$  -90°-os elforgatottja:

$$\underline{a}^{-90^\circ} = (a_2, -a_1)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két vektor skaláris szorzatát kiszámolhatjuk így:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos \gamma$$

ahol  $\gamma$  a két vektor által bezárt szög,

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \text{ vagyis az } \underline{a} \text{ vektor hossza}$$

$$|\underline{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}, \text{ vagyis az } \underline{b} \text{ vektor hossza}$$

Illetve kiszámolhatjuk így is:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két vektor merőleges egymásra, ha skaláris szorzatuk 0, azaz ha  $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$ .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $P(x_0, y_0)$  ponton átmenő és  $\underline{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  normálvektorú egyenes egyenlete:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $P(x_0, y_0, z_0)$  ponton átmenő és  $\underline{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$  normálvektorú sík egyenlete:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van a síkban két pont:  $P(x_1, y_1)$  és  $Q(x_2, y_2)$ .

Ekkor a két pont közti vektor:

$$\vec{PQ} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$$

Ha a térben veszünk két pontot:  $P(x_1, y_1, z_1)$  és  $Q(x_2, y_2, z_2)$ .

Akkor a két pont közti vektor:

$$\vec{PQ} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két pont a síkban:  $P(x_1, y_1)$  és  $Q(x_2, y_2)$ .

Ekkor a két pont közti távolság:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Ha a térben veszünk két pontot:  $P(x_1, y_1, z_1)$  és  $Q(x_2, y_2, z_2)$ .

Akkor a két pont közti távolság a térben:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $P(x_0, y_0)$  ponton átmenő és  $\underline{n} = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$  normálvektorú egyenes egyenlete:

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $P(x_0, y_0, z_0)$  ponton átmenő és  $\underline{n} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$  normálvektorú sík egyenlete:

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két vektor:  $\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  és  $\underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$

A két vektor vektoriális szorzata:

$$\underline{a} \times \underline{b} = \det \begin{bmatrix} \underline{e}_1 & \underline{e}_2 & \underline{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  vektorok vektoriális szorzata az  $\underline{a} \times \underline{b}$  vektor, ami merőleges az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  vektorok által kifeszített síkra, és

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \underline{a} \times \underline{b} = \det \begin{pmatrix} \underline{e}_1 & \underline{e}_2 & \underline{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)