

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok rangja és inverze

Egy egyenletrendszer együtthatómátrixa az x -ek együtthatóiból álló [mátrix](#).

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Gauss-elimináció egy lineáris egyenletrendszerek megoldására használt algoritmus.

Az elimináció lényege, hogy egyenletrendszerünket visszavezetjük vagy valamely háromszög- vagy átlós [mátrix](#) alakra.

A Gauss-elimináció megengedett lépései:

- Két sort (egyenletet) felcserélhetünk
- Egy sort (egyenletet) nem nulla számmal szorozhatunk
- Egyik sorhoz (egyenlethez) hozzáadhatjuk egy másik sor (egyenlet) nem nulla számsorosát

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az elemi bázistranszformáció (Szuper-Gauss) a lineáris egyenletrendszerek megoldásának egy algoritmikus módja.

1. lépés: a generáló elem választása

Csak x -es oszlopból és e -s sorból választhatunk generáló elemet, nullát nem választhatunk és lehetőleg 1-et vagy mínusz 1-et érdemes.

2. lépés: a bázistranszformáció

A generáló elem sorát osztjuk a generáló elemmel, oszlopát elhagyjuk.

A többi elemből kivonjuk a generáló elem neki megfelelő sorában és oszlopában lévő számok szorzatát, osztva a generálóelemmel.

3. lépés: megint generáló elem választás

Újra és újra végrehatjuk a bázistranszformációt, amíg az összes oszlop el nem tűnik

4. lépés: az utolsó transzformáció és a megoldás

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az elemi bázistranszformáció (Szuper-Gauss) a lineáris egyenletrendszerek megoldásának egy algoritmikus módja.

1. lépés: a generáló elem választása

Csak x -es oszlopból és e -s sorból választhatunk generáló elemet, nullát nem választhatunk és lehetőleg 1-et vagy mínusz 1-et érdemes.

2. lépés: a bázistranszformáció

A generáló elem sorát osztjuk a generáló elemmel, oszlopát elhagyjuk.

A többi elemből kivonjuk a generáló elem neki megfelelő sorában és oszlopában lévő számok szorzatát, osztva a generálóelemmel.

3. lépés: megint generáló elem választás

Újra és újra végrehatjuk a bázistranszformációt, amíg az összes oszlop el nem tűnik

4. lépés: az utolsó transzformáció és a megoldás

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy egyenletrendszernek több az ismeretlene, mint ahány egyenlete van, akkor az egyenletrendszernek nincs egyértelmű megoldása.

Bázistranszformációval, ha maradnak e -s sorok ahol már nem tudunk generáló elemet választani, olyankor mindig végtelen sok megoldás van, vagy nincs megoldás.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy egyenletrendszerben két olyan egyenlet szerepel, ahol az ismeretlenek együtthatói megegyeznek, de más az eredményük, akkor az ellentmondó egyenletrendszer, aminek nincs megoldása.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A bázistranszformáció során fent maradt x -ek úgynevezett szabadváltozók. A szabadságfok a szabadváltozók száma, tehát ahány x_i főt maradt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Gauss-Jordan elimináció a Gauss-elimináció pro változata. A dolog lényege az, hogy nemcsak a vezéregyeselek alatt nullázzuk ki, hanem felettük is. Előnye, hogy így a megoldások az elimináció végeztével egyből leolvashatók.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy [mátrix](#) oszloprangja az oszlopvektorai közül kiválasztható független [vektorok](#) maximális száma.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy [mátrix](#) sorrangja a sorvektorai közül kiválasztható független [vektorok](#) maximális száma.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A [mátrix](#) rangja a [mátrix](#) Gauss elimináció során keletkezett vezéregyeseinek száma, amely megegyezik a [mátrix](#) sorrangjával vagy oszlopvektorával

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mátrixot teljes oszloprangúnak nevezünk, hogyha az oszlopvektorai lineárisan független rendszert alkotnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mátrixot teljes sorrangúnak nevezünk, hogyha a sorvektorai lineárisan független rendszert alkotnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bármely mátrixot fel lehet bontani két olyan [mátrix](#) szorzatára, amelyek közül az egyik teljes oszloprangú, a másik pedig teljes sorrangú. Ezt bázisfelbontásnak hívják, és egy kissé Gauss-Jordan eliminációval tudjuk elkészíteni.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Négyzetes [mátrixok](#) inverzét a Gauss-elimináció segítségével úgy állíthatjuk elő, hogy megoldjuk az $Ax = b$ egyenletrendszert úgy, hogy a b helyére beírjuk az egységmátrixot. Az eliminációs lépéseket addig kell végezni, amíg az egységmátrixot nem kapjuk az A helyén, a b helyén keletkezett [mátrix](#) pedig az A [mátrix](#) inverze lesz.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Négyzetes [mátrixok](#) inverzét a bázistranszformáció segítségével úgy állíthatjuk elő, hogy megoldjuk az $Ax = b$ egyenletrendszert úgy, hogy a b helyére beírjuk az egységmátrixot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Négyzetes [mátrixok](#) inverzét a Gauss-Jordan elimináció segítségével úgy állíthatjuk elő, hogy megoldjuk az $Ax = b$ egyenletrendszert úgy, hogy a b helyére beírjuk az egységmátrixot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az inverz kiszámolása rettentő egyszerű dolog. Mindössze annyit kell tennünk, hogy felírjuk a mátrixot a szokásos táblázatba, és mellé írjuk az egységmátrixot. Ezek után jön a bázistranszformáció. Ha nem tudjuk mindegyik x -et levinni, akkor nincs inverz. Ha mindet le tudjuk vinni, akkor van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
