

## Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintősík

Az  $f(x, y)$  függvény  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjaiból álló vektort gradiensnek nevezzük.

A gradienst szokás deriváltvektornak is nevezni, és az  $f(x, y)$  kétváltozós függvény gradiensvektorát úgy jelöljük, hogy  $\text{grad}(f(x, y))$ .

A gradiensvektor elnevezés onnan ered, hogy éppen a gradiens vektor irányában emelkedik mindig a legjobban a kétváltozós függvény grafikonja, ami egy felület.

Az  $f(x, y)$  függvény deriváltvektora vagy másként gradiense az  $(x_0, y_0)$  pontban:

$$\text{grad}(f(x_0, y_0)) = \nabla f(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} f'_x(x_0, y_0) \\ f'_y(x_0, y_0) \end{bmatrix}$$

A gradiens segítségével tudjuk kiszámítani az iránymenti deriváltat.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f(x, y)$  függvény  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjaiból álló vektort deriváltvektornak nevezzük.

A deriváltvektort szokás gradiensnek is nevezni, és az  $f(x, y)$  kétváltozós függvény deriváltvektorát úgy jelöljük, hogy  $\nabla f(x, y)$ .

Az  $f(x, y)$  függvény deriváltvektora vagy másként gradiense az  $(x_0, y_0)$  pontban:

$$\text{grad}(f(x_0, y_0)) = \nabla f(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} f'_x(x_0, y_0) \\ f'_y(x_0, y_0) \end{bmatrix}$$

A deriváltvektor segítségével tudjuk kiszámítani az iránymenti deriváltat.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az [iránymenti derivált](#) azt jelenti, hogy egy általunk megadott tetszőleges  $\underline{v}$  irány mentén milyen meredeken emelkedik a függvény felülete.

Az  $f(x, y)$  függvény  $\underline{v}$  iránymenti deriváltja a  $P(x_0, y_0)$  pontban:

$$\frac{\delta f(x_0, y_0)}{\delta \underline{e}} = \text{grad}(f(x_0, y_0)) \cdot \underline{e} \quad \text{ahol } \underline{e} = \frac{\underline{v}}{|\underline{v}|}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az [iránymenti derivált](#) azt jelenti, hogyha a kétváltozós függvény grafikonjának egy pontjában áll egy hagymászó, és elindul egy  $\underline{v}$  irányban, akkor ebben az irányban milyen meredeken emelkedik a felület.

Ahogy a  $\underline{v}$  irányt változtatjuk, az [iránymenti derivált](#) értéke is változik.

És van egy olyan  $\underline{v}$  irány, ahol az [iránymenti derivált](#) maximális. Ezt az irányt nevezzük gradiens iránynak és ez mindig megegyezik a deriváltvektor irányával.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f(x)$  függvényhez a  $P(x_0, y_0, z_0)$  pontban húzott érintősík egyenlete:

$$z = f'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f'_y(x_0, y_0)(y - y_0) + f(x_0, y_0)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

A függvényeket két nagy típusba sorolhatjuk, az explicit és az implicit függvények csoportjába. Az explicit függvények azok, amelyek egy konkrét képlettel vannak megadva, míg az implicit függvények valamilyen egyenlet formájában adhatók meg.

Egy függvény akkor implicit, ha  $y$  nincs kifejezve, vagyis nem  $y = \dots$  alakú.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Ha  $F(x, y) = 0$  egy implicit függvény, akkor deriváltja:

$$\frac{\delta y}{\delta x} = -\frac{F'_x(x, y)}{F'_y(x, y)} \quad \frac{\delta x}{\delta y} = -\frac{F'_y(x, y)}{F'_x(x, y)}$$

Ha  $F(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) = 0$  egy  $n$  változós implicit függvény, akkor az  $x_i$ , mint implicit függvény deriváltja az  $x_j$  változó szerint:

$$\frac{\delta x_i}{\delta x_j} = -\frac{F'_j(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})}{F'_i(x_1, x_2, \dots, x_{n+1})}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---