Gráfok izomorfiája és síkbarajzolhatósága

A G gráf csúcsainak halmazát $V(G)$-vel jelöljük. Itt a V az angol vertex = csúcs szóra utal.

A G gráf éleinek halmazát $E(G)$-vel jelöljük. Itt E az angol edge = él.

A G gráf egy $(V(G), E(G))$ rendezett pár, ahol $V(G)$ egy nem üres halmaz, $E(G)$ pedig a $V(G)$-ből képezhető párok egy halmaza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a gráf egy csúcsából elindulunk, és teszünk egy sétát a gráfon, akkor egy élsorozatot kapunk.

Azokat az élsorozatokat, amelyek a gráf semelyik pontján nem haladnak át többször, útnak nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy élsorozat ugyanabból a csúcsból indul, mint ahova érkezik, akkor körsétának nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden gráfban a csúcsok fokszámainak összege az élek számának a kétszerese:

$$\sum d(V_n) = 2e$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy gráfban nincs kör, de maga a gráf összefüggő, akkor fának nevezzük.

Egy n csúcsú fának mindig $n-1$ darab éle van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A nem összefüggő körmentes gráfok neve erdő.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráf komplementere azt a gráfot jelenti, aminek csúcsai ugyanazok, mint az eredeti gráfnak, és két csúcs pontosan akkor szomszédos benne, ha az eredeti gráfban nem.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $G(V(G), E(G))$ gráf izomorf a $G'(V(G'), E(G'))$ gráffal, ha van egy bijekció a $V(G)$ és $V'(G)$ között, amire teljesül, hogy G-ben pontosan akkor szomszédos két pont, ha G'-ben a nekik megfelelő pontok szomszédosak, és szomszédos pontpárok esetén ugyanannyi él fut közöttük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráfban topologikusan ekvivalens átalakításnak nevezzük azt, ha egy élt egy másodfokú csúcs beiktatásával két élre bontunk, vagy ha egy 2 fokú csúcsra illeszkedő éleket egybeolvasztunk, és a csúcsot elhagyjuk.

Két gráf akkor topologikusan izomorf, ha topologikusan ekvivalens lépések egymás utáni alkalmazásával el tudjuk érni, hogy a két gráf izomorf legyen.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A titkos recept gráfok izomorfiájának vizsgálatához:

1) Fokszámok vizsgálata

2) Utak hossza

3) Van-e kör?

4) Milyen hosszúak a körök?

5) Élek vizsgálata

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráf síkbarajzolható, ha lerajzolható úgy, hogy élei csak a csúcspontokban találkozzanak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Kuratowski-tétel szerint egy gráf pontosan akkor nem síkbarajzolható, ha tartalmaz $K_{3,3}$ -mal vagy K_5-tel topológiailag izomorf részgráfot.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azt mondja az Euler-féle poliéder-tétel, hogy ha egy konvex poliéder csúcsainak száma V, lapjainak száma F és éleinek száma E, akkor

$$V + F = E + 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy egyszerű gráfban minden kör legalább k hosszú, akkor a síkbarajzolhatóság szükséges feltétele:

$$(k-2) \cdot E \leq k \cdot V - 2k$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy egyszerű gráf síkbarajzolható, akkor meg kell felelnie ennek a feltételnek:

$$E \leq 3V - 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot