



MATEKING.HU

Képletgyűjtemény

BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE 2
tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 10.

Tartalomjegyzék

Kombinatorika.....	2
Gráfelméleti alapok.....	4
Gráfok izomorfiaja és síkbarajzolhatósága.....	5
Gráfok bejárása és gráfalgoritmusok.....	7
Kromatikus szám, klikk, perfekt gráfok.....	9
Gráfparaméterek, párosítások.....	12
Hálózatok.....	14
Irányított gráfok, gráfalgoritmusok irányított gráfokban.....	16
Menger tételei, többszörös összefüggőség.....	17
Páros gráfok, párosítások.....	18

Kombinatorika

Egy adott n elemű halmaz elemeinek egy ismétlés nélküli permutációján az n különböző elem egy sorba rendezését értjük.

n darab különböző elem permutációinak száma:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

n faktoriálisán az n -nél kisebb vagy egyenlő pozitív egész számok szorzatát értjük.

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

pl.:

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$1! = 1$$

Továbbá definíció szerint $0! = 1$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha n db. egymástól különböző elem közül kiválasztunk k ($k \leq n$) db.-ot úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendje is számít, akkor az n elem k -ad osztályú ismétlés nélküli variációját kapjuk.

n darab különböző elemből kiválasztott k darab elem variációinak száma:

$$n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha n különböző elem közül kiválasztunk k ($k \leq n$) db.-ot úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendjére nem vagyunk tekintettel, akkor n elem k -ad osztályú ismétlés nélküli kombinációját kapjuk.

n darab különböző elem közül kiválasztott k darab elem kombinációinak száma:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha n elem között van k_1, k_2, \dots, k_r egymással megegyező, akkor az elemek egy sorba rendezését ismétléses permutációnak nevezzük.

n elem közötti k_1, k_2, \dots, k_r egymással megegyező ismétléses permutációinak száma:

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha n db. egymástól különböző elem közül kiválasztunk k db.-ot úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendje is számít és ugyanazt az elemet többször is választhatjuk, akkor az n elem k -ad osztályú ismétléses variációját kapjuk.

Az n elem k -ad osztályú ismétléses variációk száma: n^k .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha kör alakban helyezünk el n különböző elemet és azok sorrendjét vizsgáljuk, akkor ciklikus permutációról beszélünk.

n darab különböző elem ciklikus permutációinak száma $\frac{n!}{n} = (n - 1)!$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gráfelméleti alapok

A gráf csúcsokból és azokat összekötő élekből áll.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf összefüggő, ha bármelyik csúcsából el lehet jutni bármelyik másik csúcsába élek mentén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A gráf egy csúcsának fokszáma a gráf e csúcsában összefutó élek száma.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráfban körnek nevezünk egy olyan utat, amely csupa különböző csúcsokon és éleken haladva visszavezet a kiinduló csúcsába.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy gráfban nincs kör, de maga a gráf összefüggő, akkor fának nevezzük.

Egy n csúcsú fának mindig $n - 1$ darab éle van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Azokat a gráfokat, ahol minden csúcs mindegyikkel össze van kötve, teljes gráfnak hívjuk.

Az n csúcsú teljes gráf éleinek a száma:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf egyszerű, ha nincs benne sem többszörös él, sem hurokél.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf Euler-köre olyan zárt élsorozat, amely a gráf összes élét pontosan egyszer tartalmazza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gráfok izomorfája és síkbarajzolhatósága

A G gráf csúcsainak halmazát $V(G)$ -vel jelöljük. Itt a V az angol vertex = csúcs szóra utal.

A G gráf éleinek halmazát $E(G)$ -vel jelöljük. Itt E az angol edge = él.

A G gráf egy $(V(G), E(G))$ rendezett pár, ahol $V(G)$ egy nem üres halmaz, $E(G)$ pedig a $V(G)$ -ből képezhető párok egy halmaza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha a gráf egy csúcsából elindulunk, és teszünk egy sétát a gráfon, akkor egy élsorozatot kapunk.

Azokat az élsorozatotkat, amelyek a gráf semelyik pontján nem haladnak át többször, útnak nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy élsorozat ugyanabból a csúcsból indul, mint ahova érkezik, akkor körsétának nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Minden gráfban a csúcsok fokszámainak összege az élek számának a kétszerese:

$$\sum d(V_n) = 2e$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy gráfban nincs kör, de maga a gráf összefüggő, akkor fának nevezzük.

Egy n csúcsú fának mindig $n - 1$ darab éle van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A nem összefüggő körmentes gráfok neve erdő.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf komplementere azt a gráfot jelenti, aminek csúcsai ugyanazok, mint az eredeti gráfnak, és két csúcs pontosan akkor szomszédos benne, ha az eredeti gráfban nem.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $G(V(G), E(G))$ gráf izomorf a $G'(V(G'), E(G'))$ gráffal, ha van egy bijekció a $V(G)$ és $V'(G)$ között, amire teljesül, hogy G -ben pontosan akkor szomszédos két pont, ha G' -ben a nekik megfelelő pontok szomszédosak, és szomszédos pontpárok esetén ugyanannyi él fut közöttük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráfban topologikusan ekvivalens átalakításnak nevezzük azt, ha egy élt egy másodfokú csúcs beiktatásával két élre bontunk, vagy ha egy 2 fokú csúcsra illeszkedő éleket egybeolvasztunk, és a csúcsot elhagyjuk.

Két gráf akkor topologikusan izomorf, ha topologikusan ekvivalens lépések egymás utáni alkalmazásával el tudjuk érni, hogy a két gráf izomorf legyen.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A titkos recept gráfok izomorfijának vizsgálatához:

- 1) Fokszámok vizsgálata
- 2) Utak hossza
- 3) Van-e kör?
- 4) Milyen hosszúak a körök?
- 5) Élek vizsgálata

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf síkbarajzolható, ha lerajzolható úgy, hogy élei csak a csúcspontokban találkozzanak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Kuratowski-tétel szerint egy gráf pontosan akkor nem síkbarajzolható, ha tartalmaz $K_{3,3}$ -mal vagy K_5 -tel topológiailag izomorf részgráfot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Azt mondja az Euler-féle poliéder-tétel, hogy ha egy konvex poliéder csúcsainak száma V , lapjainak száma F és éleinek száma E , akkor

$$V + F = E + 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy egyszerű gráfban minden kör legalább k hosszú, akkor a síkbarajzolhatóság szükséges feltétele:

$$(k - 2) \cdot E \leq k \cdot V - 2k$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy egyszerű gráf síkbarajzolható, akkor meg kell felelnie ennek a feltételnek:

$$E \leq 3V - 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gráfok bejárása és gráfalgoritmusok

Egy gráf feszítőfája a gráf minden csúcsát tartalmazó fa részgráf. Feszítőfából általában több is van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A minimális feszítőfa egy gráfban a legkisebb élsúlyú feszítőfa.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Kruskal algoritmus segítségével minimális feszítőfát lehet megtalálni.

Az első lépés, hogy keressük meg a gráfban a legkisebb súlyú élt. Ha több azonos súlyú él van, akkor válasszuk ki azt, amelyikhez kedvünk van.

Ezek után belépünk egy ciklusba, ahol minden lépésben az eddig még ki nem választott élekre alkalmazzuk az előző lépést úgy, hogy ne keletkezzen kör. Ha mégis kör keletkezne, akkor a legutolsó olyan élt, amelynek hozzávétele során a kört kapjuk, töröljük.

Ezt addig csináljuk, amíg kész nem vagyunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gráfok egy adott pontjából való feltérképezésére alkalmas módszer a szélességi keresés (BFS = Breadth-first search).

Működése:

Elindulunk egy adott pontból, és megkeressük az összes szomszédos pontot. Ezek az 1 egység távolságra lévő szomszédok és mindegyikre ragasztunk egy 1-es címkét.

Most ezeknek keressük meg az 1 egység távoli szomszédjait. De csak azokat, akiken még nincsen címke.

Ők a kiinduló ponttól 2 egység távolságra vannak és 2-es címkét kapnak.

Ha valamelyik 2-es szomszédba több él is vezet, akkor csak az egyiket hagyjuk meg. Mindegy melyiket.

Az algoritmus aztán így folytatódik, és szép lassan végez.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A DFS (Depth-first search) algoritmus a gráf mélységi bejárása.

A DFS algoritmus lényege, hogy elindulunk egy úton, és megyünk, amíg csak tudunk.

Amikor elakadunk, mert már nem tudunk úgy továbbmenni, hogy olyan pontba jussunk, ahol még nem jártunk, akkor visszamegyünk egészen addig, ahonnan még lehet földerítetlen pontok felé haladni.

Amikor újra elakadunk, megint visszamegyünk, és ezt ismételjük, amíg az egész gráfot be nem jártuk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A BFS és DFS algoritmusok végrehajtása során a gráfnak egy-egy feszítőfáját kapjuk. Ezeket nevezzük BFS és DFS fának.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf csúcsainak bejárására van egy nagyon speciális módszer, amit Hamilton körnek nevezünk, és az a lényege, hogy egy olyan körön haladunk végig a gráfban, amely a gráf összes pontját tartalmazza.

Hamilton kör létezésének szükséges feltétele:

Ha egy gráfból k darab csúcsot kitörlünk (a belőle kiinduló élekkel együtt), akkor a megmaradó gráfnak legfeljebb k darab komponense lehet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Hamilton út egy olyan út, amely a gráf minden csúcsát tartalmazza.

Hamilton út létezésének szükséges feltétele:

Ha egy gráfból k darab csúcsot kitörlünk (a belőle kiinduló élekkel együtt), akkor a megmaradó gráfnak legfeljebb $k + 1$ darab komponense lehet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Dirac-tétel azt mondja ki, hogy ha egy G egyszerű, $n \geq 3$ csúcsú gráfban minden csúcs foka legalább $\frac{n}{2}$, akkor a gráfban van Hamilton kör.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az Ore-tétel azt mondja, hogy ha egy G egyszerű, $n \geq 3$ csúcsú gráfban bármely V_1 és V_j nem szomszédos csúcsra $d(V_i) + d(V_j) \geq n$ teljesül, akkor a gráfban van Hamilton kör.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kromatikus szám, klikk, perfekt gráfok

A legkevesebb színt, amivel egy gráf csúcsait kiszínezhetjük úgy, hogy a szomszédos csúcsok ne legyenek egyforma színűek, a gráf kromatikus számának nevezzük.

Jele: $\chi(G)$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G egyszerű gráfban klikknek nevezzük azokat a részgráfokat, amelyek teljes gráfok.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráf klikkszámát a gráfban található maximális klikk elemszáma.

A G gráf klikkszámát $\omega(G)$ -vel jelöljük.

Minden gráfban a klikkszám alsó becslés a kromatikus számra:

$$\omega(G) \leq \chi(G)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A G gráfban a G' részgráf feszített részgráf, ha bármely két csúcs a G' gráfban pontosan akkor szomszédos, ha G -ben is szomszédos.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha egy G gráf minden G' feszített részgráfjára igaz, hogy

$$\omega(G') = \chi(G')$$

akkor a G gráfot perfekt gráfnak nevezzük.

Ha egy gráf perfekt, akkor a kromatikus száma egyenlő a klikkszámával. Az állítás fordítva nem igaz, abból, hogy $\omega(G) = \chi(G)$ még nem következik, hogy a gráf perfekt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\omega(G) \leq \chi(G) \leq \Delta(G) + 1$$

ahol $\omega(G)$ a gráf klikkszámát, $\chi(G)$ a kromatikus száma és $\Delta(G)$ a maximális fokszáma.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A mohó színezés egy algoritmus a gráfok színezésére.

Lényege, hogy sorba rakjuk a gráf csúcsait, és elkezdjük színezni úgy, hogy minden csúcs színezéséhez a lehető legkisebb sorszámú színt használjuk. Ezt addig folytatjuk, amíg az összes csúcs ki nem lesz színezve, és így elhasználunk legfeljebb $\Delta(G) + 1$ darab színt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha G nem teljes gráf, vagy páratlan csúcsú kör, akkor

$$\chi(G) \leq \Delta(G)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban azt a legkisebb számot, amire a gráfnak már van jó élszínezése, a G gráf élkromatikus számának nevezzük.

Jele: χ_e

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Vizing-tétel a gráfok élkromatikus számára ad alsó és felső becslést:

$$\Delta(G) \leq \chi_e(G) \leq \Delta(G) + 1$$

Vagyis a G egyszerű gráfok két osztályba sorolhatók:

Első osztály: $\chi_e(G) = \Delta(G)$

Második osztály: $\chi_e(G) = \Delta(G) + 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az intervallumgráf egy olyan gráf, melynek csúcsai megfeleltethetők a valós számok egy-egy intervallumának, és két csúcs között akkor vezet él, ha a nekik megfeleltethető két intervallum metszete nem üres.

Az intervallumgráfok mindig perfekt gráfok.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfot páros gráfnak nevezünk, ha csúcsainak a $V(G)$ halmaza felbontható az A és B diszjunkt részhalmazokra, úgy hogy A -n és B -n belül nem vezetnek élek.

A páros gráfok kromatikus száma 2, élkromatikus számukra pedig König Dénesnek van egy remek tétele:

Ha G páros gráf, akkor $\chi_e(G) = \Delta(G)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Jan Mycielski lengyel matematikust nyugtalanította az a kérdés, hogy léteznek-e olyan gráfok, amelyeknek a kromatikus száma nagyon nagy, de a klikkszámuk csak 2.

Létrehozott egy konstrukciót, amivel olyan gráfokat lehet alkotni, amelyek klikkszámuk 2, a kromatikus számuk pedig bármilyen nagy lehet. Ezeket a gráfokat Mycielski-gráfoknak nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gráfparaméterek, párosítások

A független ponthalmaz precíz definíciójára mindjárt kettő is van.

Íme az egyik:

Egy G gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az $A \subset V(G)$ részalmazát, ha nincs olyan él, amelynek mindkét végpontja A -ban van.

És itt jön a másik:

Egy G gráfban független csúcshalmaznak nevezzük a csúcsoknak az $A \subset V(G)$ részalmazát, ha az A által feszített részgráf nem tartalmaz élt.

Egy G gráfban a független csúcsok maximális számát $\alpha(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban a $T \subset V(G)$ ponthalmaz lefogó ponthalmaz, ha G minden élének legalább az egyik végpontja T -ben van.

Egy gráfban a minimális méretű lefogó ponthalmaz elemszámát $\tau(G)$ -vel jelöljük.

A maximális lefogó ponthalmaz pedig a gráf összes csúcsa, és elemszáma éppen $|V(G)| = n$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha vesszük egy gráfban a maximális számú független pontokat és a minimális számú lefogó pontokat, akkor épp megkapjuk a gráf összes pontját.

Ezt hívjuk első Gallai tételnek:

$$\tau(G) + \alpha(G) = n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf éleinek M részalmazza független élhalmaz, ha M semelyik két elemének nincs közös végpontja.

Egy gráf független éleinek maximális számát $\nu(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf éleinek R részalmazza lefogó élhalmaz, ha a gráf minden csúcsa valamelyik R -beli él végpontja.

Egy G gráfban a lefogó élek minimális számát $\rho(G)$ -vel jelöljük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ha vesszük egy gráfban a minimális számú lefogó éleket, és a maximális számú független éleket, akkor a gráf minden pontjához pontosan egy él fog tartozni.

Ez Gallai második tétele:

Ha egy n csúcsú gráf nem tartalmaz izolált pontot, akkor

$$\rho(G) + \nu(G) = n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\alpha(G) \leq \rho(G) \quad \nu(G) \leq \tau(G)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf akkor és csak akkor páros, ha minden G -ben szereplő kör páros hosszúságú.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban az $E(G)$ élhalmaznak egy M részhalmazát párosításnak nevezzük, ha M semelyik két elemének nincs közös végpontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráfban az $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ élsorozat az M párosítás javító útja, ha

1) a megadott élsorozat egy páratlan hosszú út G -ben

2) az élek felváltva elemi M -nek:

$$e_{2k} \in M \text{ és } e_{2k+1} \notin M$$

3) az út kezdő és végpontja nem illeszkedik semelyik M -beli élre sem

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Azokat a párosításokat nevezzük teljes párosításoknak, ami a gráf összes csúcsát lefedi.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gráfban akkor és csakis akkor létezik teljes párosítás, ha bárhogyan hagyunk el a gráfból néhány pontot, a megmaradt gráfban a páratlan komponensek száma nem több az elhagyott pontok számánál.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hálózatok

Legyen X a $V(G)$ -nek egy olyan részhalmaza, ami S -t tartalmazza. Ekkor az X -ből a $V(G) - X$ -be vezető éleket (S, T) vágásnak nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy (S, T) vágás kapacitása, a vágásban szereplő élek kapacitásainak összege.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Ford-Fulkerson algoritmus egy olyan algoritmus, amit a maximális folyam megkeresésére használunk. Az algoritmus lényege pedig az a javító gráf, amit az eredeti hálózat alapján készítünk el. A javító gráf megmutatja nekünk, hogy milyen útvonalon tudjuk növelni a meglévő folyamat.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen G egy irányított gráf és értelmezzünk a gráf élein egy $E \rightarrow R_0^+$ függvényt, ami minden élhez hozzárendeli a $c(e)$ nem negatív számot, amit az él kapacitásának nevezünk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen G egy irányított gráf és értelmezzünk a gráf élein egy $E \rightarrow R_0^+$ függvényt, ami minden élhez hozzárendeli a $c(e)$ nem negatív számot, amit az él kapacitásának nevezünk.

Van továbbá két kitüntetett pont a gráfban, S (source = forrás) és T (target = cél).

Ekkor a (G, S, T, c) egy hálózat.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A hálózatban folyamnak nevezünk egy olyan $f(e) E \rightarrow R_0^+$ függvényt, amire teljesül, hogy bármely e élre $0 \leq f(e) \leq c(e)$ és bármely T -től és S -től különböző V csúcsra:

$$\sum_{Vbe} f(e) - \sum_{Vki} f(e) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy folyam értékének az

$$m_f = \sum_{Ski} f(e) - \sum_{Sbe} f(e)$$

számot nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Ford-Fulkerson tétel azt mondja ki, hogy egy hálózatban a maximális folyam mindig megegyezik a minimális vágással.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mindig létezik egy olyan út, ami csak azokon a pontokon halad át, ahol a tartalékidő nulla, és az út hossza megegyezik a teljes folyamat hosszával. Ezt az utat kritikus útnak nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Irányított gráfok, gráfalgoritmusok irányított gráfokban

A DFS algoritmusnak az a lényege, hogy kiindulunk egy csúcsból, és megyünk ameddig tudunk.

Az, hogy merre megyünk, teljesen a véletlen műve.

Egyszer aztán elérkezünk egy olyan pontba, ahonnan már nincs tovább.

Innen már csak olyan csúcsba tudnánk továbblépni, ahol korábban már jártunk.

Ekkor visszaugrunk egészen addig, ahonnan még vezet út bejáratlan csúcsba.

Ha már minden csúcshoz eljutottunk, akkor a DFS algoritmus véget ér.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A DFS algoritmus eredményeként kapjuk a DFS-fát.

Hogyha a DFS-fába berajzoljuk az eredeti gráf többi élét is, akkor ezek az élek három típusba sorolhatóak. Vannak olyan élek, amelyek képesek lerövidíteni egy utat a DFS fában. Ezeket az éleket úgy hívjuk, hogy "előre-él". Ha az eredeti gráfban van fordított irányú él, akkor ezt az élt "vissza-él"-nek nevezzük. Hogyha az eredeti gráfban van u -ból v -be vezető él, akkor ezt az élt "kereszt-él"-nek nevezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A BFS-algoritmus lényege, hogy kiindulunk egy csúcsból, aztán megkeressük a közvetlen szomszédjait. Innen folytatódik az algoritmus, és az új csúcsoknak keressük meg a szomszédjait. Ha több él is vezet egy szomszéd felé, mindegy melyiket választjuk. Az algoritmust addig ismételjük, amíg minden csúcsot meg nem találtunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A BFS algoritmus eredményeként kapjuk a BFS-fát.

Hogyha a BFS-fába berajzoljuk az eredeti gráf többi élét is, akkor ezek az élek három típusba sorolhatóak.

Vannak "előre-él"ek, "vissza-él"ek és "kereszt-él"ek.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Dijkstra algoritmus képes megtalálni a gráf egy adott csúcsából a többi csúcsba vezető legrövidebb utat.

Az algoritmus lényege, hogy kiválasztunk egy pontot, és ebből a pontból kiindulva csúcsról csúcsra haladva felderítjük az egész gráfot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Menger tételei, többszörös összefüggőség

Egy G gráf k -szorosán élösszefüggő, ha bárhogyan hagyunk el belőle k -nál kevesebb élt, a maradék gráf összefüggő marad.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf k -szorosán pontösszefüggő, ha legalább $k + 1$ pontja van és bárhogyan hagyunk el belőle k -nál kevesebb pontot, a maradék gráf összefüggő marad.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G irányított gráfban az u -ból v -be vezető élidegen utak maximális száma megegyezik az u -ból v -be vezető utakat lefogó élek minimális számával.

Egy G gráfban az u -ból v -be vezető élidegen utak maximális száma megegyezik az u -ból v -be vezető utakat lefogó élek minimális számával.

Egy G irányított gráfban u és v legyen két különböző nem szomszédos csúcs. Ekkor az u -ból v -be vezető pontidegen utak maximális száma megegyezik az u -ból v -be vezető utakat lefogó (u -tól és v -től különböző) pontok minimális számával.

Egy G gráfban u és v legyen két különböző nem szomszédos csúcs. Ekkor az u -ból v -be vezető pontidegen utak maximális száma megegyezik az u -ból v -be vezető utakat lefogó (u -tól és v -től különböző) pontok minimális számával.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Páros gráfok, párosítások

Legyen $G(A, B, E)$ páros gráf és X pedig A -nak egy tetszőleges részhalmaza. Az X -ben lévő csúcsok B -beli szomszédjainak halmazát hívjuk $N(X)$ -nek. A G gráfnak akkor és csak akkor van A -t fedő párosítása, ha bármely X halmazra

$$|X| \leq |N(X)|$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $G(A, B, E)$ páros gráfban akkor és csak akkor létezik teljes párosítás, ha

$$|A| = |B| \text{ és}$$

$$|X| \leq |N(X)| \text{ minden } X \subseteq A \text{ ponthalmazra.}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
