Egy kis geometria

A vektor egy irányított szakasz.

Jelölése: $\underline{v} = \overrightarrow{AB}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két vektor: $\underline{a} = (a_1, a_2)$, $\underline{b} = (b_1, b_2)$

A két vektor összege:

$$\underline{a} + \underline{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

A két vektor különbsége:

$$\underline{a} - \underline{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

$$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt az $\underline{a} = (a_1, a_2)$ és $\underline{b} = (b_1, b_2)$ vektor.

Az $\underline{a}$ vektor hossza:

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Az $\overrightarrow{AB}$ vektor hossza:

$$\overrightarrow{AB} = |\underline{b} - \underline{a}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

És pont ugyanígy kapjuk meg az A és B pontok távolságát is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két pont közti vektor a végpontba mutató helyvektor minusz a kezdőpontba mutató helyvektor.

Tehát $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két vektor: $\underline{a} = (a_1, a_2)$, $\underline{b} = (b_1, b_2)$.

Az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorok skaláris szorzata:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\,\underline{a}\,| \cdot |\,\underline{b}\,| \cdot \cos\gamma = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

ahol γ a két vektor által bezárt szög

$|\underline{a}\,| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, vagyis az $\underline{a}$ vektor hossza

$|\underline{b}\,| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$, vagyis a $\underline{b}$ vektor hossza

Két vektor merőleges egymásra, ha $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt az $\underline{a} = (a_1, a_2)$ vektor.

Az $\underline{a}$ +90°-os elforgatottja:

$$a^{+90^\circ} = (-a_2, a_1)$$

Az $\underline{a}$ -90°-os elforgatottja:

$$a^{-90^\circ} = (a_2, -a_1)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két vektor skaláris szorzatát kiszámolhatjuk így:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\,\underline{a}\,| \cdot |\,\underline{b}\,| \cdot \cos\gamma$$

ahol γ a két vektor által bezárt szög,

$|\underline{a}\,| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, vagyis az $\underline{a}$ vektor hossza

$|\underline{b}\,| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$, vagyis az $\underline{b}$ vektor hossza

Illetve kiszámolhatjuk így is:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két vektor merőleges egymásra, ha skaláris szorzatuk 0, azaz ha $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $P(x_0,y_0)$ ponton átmenő és $\underline{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ normálvektorú egyenes egyenlete:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $P(x_0,y_0,z_0)$ ponton átmenő és $\underline{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$ normálvektorú sík egyenlete:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van a síkban két pont: $P(x_1,y_1)$ és $Q(x_2,y_2)$.

Ekkor a két pont közti vektor:

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} x_2-x_1 \\ y_2-y_1 \end{bmatrix}$$

Ha a térben veszünk két pontot: $P(x_1,y_1,z_1)$ és $Q(x_2,y_2,z_2)$.

Akkor a két pont közti vektor:

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} x_2-x_1 \\ y_2-y_1 \\ z_2-z_1 \end{bmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két pont a síkban: $P(x_1,y_1)$ és $Q(x_2,y_2)$.

Ekkor a két pont közti távolság:

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

Ha a térben veszünk két pontot: $P(x_1,y_1,z_1)$ és $Q(x_2,y_2,z_2)$.

Akkor a két pont közti távolság a térben:

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $P(x_0, y_0)$ ponton átmenő és $\underline{n} = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$ normálvektorú egyenes egyenlete:

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $P(x_0, y_0, z_0)$ ponton átmenő és $\underline{n} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$ normálvektorú sík egyenlete:

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két vektor: $\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ és $\underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$

A két vektor vektoriális szorzata:

$$\underline{a} \times \underline{b} = \det \begin{bmatrix} \underline{e}_1 & \underline{e}_2 & \underline{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorok vektoriális szorzata az $\underline{a} \times \underline{b}$ vektor, ami merőleges az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorok által kifeszített síkra, és

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \underline{a} \times \underline{b} = \det \begin{pmatrix} \underline{e}_1 & \underline{e}_2 & \underline{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
