Mátrixok LU-felbontása és egyéb mátrixfelbontások

Egy mátrix LU felbontása azt jelenti, hogy a mátrixot felbontjuk egy alsó és egy felső háromszögmátrix szorzatára. Módszere a Gauss eliminációra épül.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy nxn-es mátrixnak akkor létezik LU-felbontása, ha az első n-1 főminora nem nulla.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hogyha egy olyan mátrix LU felbontására van szükségünk, amelynek valamelyik (nem utolsó) főminora 0, akkor megtehetjük azt, hogy egy premutációs mátrix segítségével felcseréljük a sorait. Hiszen a sorcsere hatására amátrix determinánsa, az egyenletrendszer megoldása stb. nem változnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az LU-felbontás módszere nem négyzetes mátrixokra ugyanolyan, mint eddig, a Gauss elimináció segítségével történik. Legfeljebb az U mátrix nem lesz négyzetes, így nem lesz valódi felső háromszögmátrix.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha az A mátrix szimmetrikus és pozitív definit mátrix, akkor egyértelműen létezik olyan pozitív diagonálisú L alsó háromszögmátrix, amelyre:

$$A = L \cdot L^T$$

Ezt a felbontást Cholesky-felbontásnak nevezzük. Ez tulajdonképpen egy olyan LU-felbontás, ahol az Umátrix az L-nek a transzponáltja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hogyha az A egy olyan nxk-as mátrix, $n \geq k$, és a mátrix teljes oszloprangú, vagyis az oszlopvektorok rangja k, akkor létezik olyan nxn-es Q ortogonális mátrix, és olyan R felső háromszögmátrix, hogy

$$A = Q \cdot R$$

Ezt a felbontást nevezzük QR-felbontásnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
