Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2026. október 13.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2026. október 13. 8:00

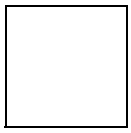
Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; \pi]$ intervallumon!

$\left(\frac{1}{2} - \cos x\right) \cdot \sin 2x = 0$

a)	6 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

2. Egy falmászó versenyen 20 kiépített utat lehet megmászni. Minden út sikeres teljesítése 10 pontot ér, részpontszámok nincsenek. Ezen felül utanként további 2 pontot ér, ha a versenyző az adott utat a legelső próbálkozásra sikeresen teljesíti. (Minden egyes út esetén tehát 0, 10 vagy 12 pont szerezhető.) A verseny végén az egyes utakon szerzett pontszámokat versenyzőnként összeadják.

a) Döntse el, hogy ezen a versenyen a 38, illetve a 68 előfordulhat-e, mint összpontszám! Válaszait indokolja!

A versenybírók egy egyéni pontozólapon írják a versenyzők pontjait, ahol minden út sorszáma mellett egy X jellel rögzítik, hogy az adott úton hány pontot szerzett a versenyző. A táblázat egy pontozólap egy részletét és annak egy lehetséges kitöltését mutatja. (A verseny végére minden sorba egy darab X jel kerül.)

Út sorszáma	Elért pontszám		
	0	10	12
1.			X
2.			X
3.		X	
4.	X		
⋮	⋮	⋮	⋮
20.		X	

b) Hányféleképpen tölthető ki egy üres pontozólap? Válaszát millióra kerekítve adja meg! (Két kitöltés különböző, ha legalább egy sorban másik cellába kerül az X jel.)

Réka elindult a versenyen, és 218 pontot szerzett.

c) Hányféleképpen lehet kitöltve egy olyan versenyző pontozólapja, aki 218 pontot szerzett a versenyen?

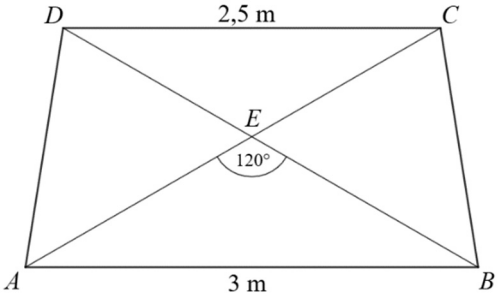
a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	13 pont	

3. A Kab-hegyen található Kinizsi-kilátóról egyedülálló kilátás nyílik a Vázsonyi-medencére és a Balatonra. A kilátó négy tartógerendája tekinthető egy négyzet alapú szabályos gúla négy oldalélének. A gúla magassága 10 méter, alapéle 4 méter hosszú.



a) Hány fokos szöget zárnak be a tartógerendák a talajjal?

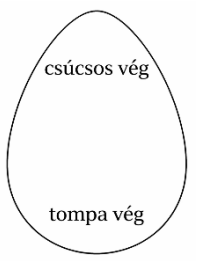
Kilátók építésekor gyakran alkalmaznak olyan átlós áthidaló elemeket a szerkezet megerősítésére, amelyeknek végpontjai trapézt alkotnak. Az ábrán látható szimmetrikus trapéz alapjai 3 és 2,5 méter hosszúak, az átlók pedig 120°-os szöget zárnak be egymással.

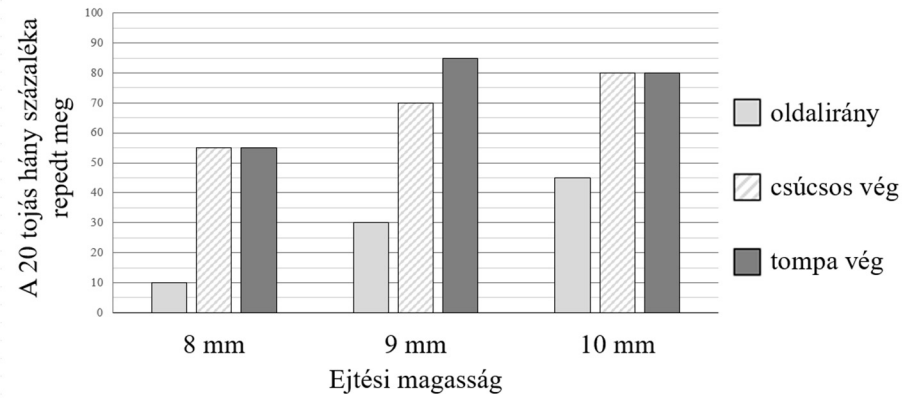


b) Határozza meg a trapéz átlóinak hosszát és a trapéz területét!

a)	4 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	11 pont	

4. Egy kutatás azt vizsgálta, hogy a tojások mikor repednek meg nagyobb valószínűséggel: ha valamelyik végükkel lefelé vagy ha oldalirányban ejtik le őket. A kísérlet során három különböző magasságból (8, 9 és 10 mm magasról) ejtettek le 60-60 tojást: magasságonként 20 tojást a csúcsos végével lefelé, 20 tojást a tompa végével lefelé, 20-at pedig oldalirányban. Az alábbi diagram azt mutatja, hogy típusonként és magasságonként a leejtett 20-20 tojás **hány százaléka** repedt meg.





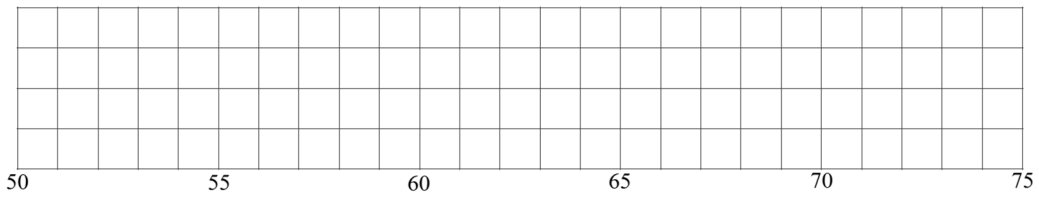
a) A csúcsos végével lefelé leejtett 60 tojásnak összesen hány százaléka repedt meg?

Az alábbi táblázat a kísérletben 10 milliméterről leejtett 60 tojás tömegét tartalmazza, grammban mérve, monoton növekedő sorrendben.

55,29	58,46	60,15	61,38	63,39	65,35
55,91	58,62	60,32	61,41	63,49	65,43
56,35	58,67	60,32	61,64	63,58	65,97
57,06	58,93	60,44	61,66	63,66	66,06
57,35	59,03	60,45	61,98	63,90	66,11
57,64	59,49	60,58	62,01	64,38	66,14
57,76	59,70	60,60	62,45	64,68	66,47
58,09	59,98	60,74	62,52	64,76	66,55
58,31	60,00	60,94	62,69	65,30	67,51
58,42	60,04	61,03	62,79	65,30	69,59

b) Töltse ki a táblázatot a megfelelő értékekkel, és ábrázolja a tojások tömegének eloszlását dobozdiagramon! (A táblázatba a pontos értékeket írja, de az ábrázolás során az adatokat kerekítheti egész grammra.)

minimum	
alsó kvartilis	
medián	
felső kvartilis	
maximum	



Az eredmények alapján tekintsük 0,3-nek annak a valószínűségét, hogy egy véletlenszerűen választott tojás oldalirányban, 9 mm magasságból leejtve megreped.

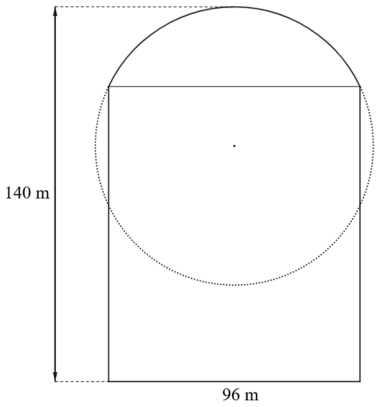
c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 10 véletlenszerűen választott tojást oldalirányban, 9 mm-es magasságból leejtve, legalább 2 tojás meg fog repedni közülük!

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. A budapesti Hősök tere központi részét tekinthetjük egy olyan síkidomnak, amely egy téglalapból és a téglalap egyik oldalához illesztett körszeletből áll. A körszelet egy 52 méter sugarú körből származik. A síkidom szélessége 96 méter, teljes hosszúsága 140 méter (az alábbi ábrának megfelelően).





a) Számítsa ki a síkidom területét!

A tér közvetlen közelében található egy népszerű korcsolyapálya és egy fürdő. Mindkét helyre a diákok diákjeggyel léphetnek be. Egy téli délelőtt a korcsolyázók és a fürdőzők aránya 11 : 9 volt. A korcsolyapályára látogatóknak a 65%-a, a fürdőbe látogatóknak pedig a 40%-a vásárolt diákjegyet (olyan látogató nem volt, aki mindkét helyre vásárolt jegyet). A két hely összes délelőtti látogatója közül véletlenszerűen kiválasztunk egy személyt.

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott személy korcsolyázni volt, és diákjegyet vásárolt!

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott személy a fürdőbe látogatott, feltéve, hogy nem diákjegyet vett!

a)	10 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. **a)** Legyenek a és b pozitív valós számok. Határozza meg az alábbi állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!
Ha a és b mértani közepe egész szám, akkor a két szám számtani közepe is egész szám.

b) A c és d pozitív **egész** számok mértani közepe $\sqrt{392}$.
Hány ilyen $(c; d)$ számpár létezik, ha $c \leq d$?

c) Hány olyan 100-nál kisebb pozitív **egész** szám van, amelynek a 12-vel vett mértani közepe egész szám?

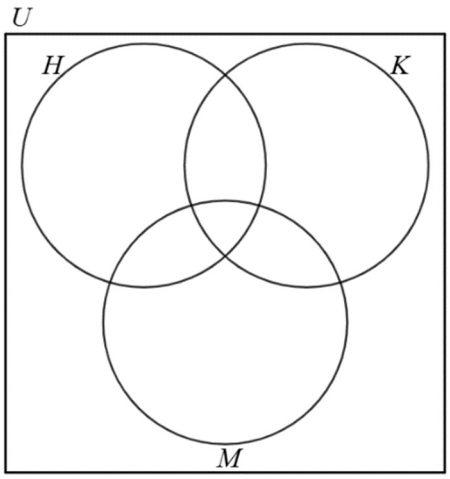
d) Két pozitív valós szám számtani közepe 9, harmonikus közepük pedig 6,75. Határozza meg ezt a két számot! (Az x és y pozitív számok harmonikus közepe írható így is: $\frac{2xy}{x+y}$.)

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Legyen az U alaphalmaz a valós számsorozatok halmaza. (Valós számsorozatnak nevezzük azt a sorozatot, amelynek tagjai valós számok.) Tekintsük az U alábbi részhalmazait:

H = {sorozatok, amelyeknek a határértéke 0}
K = {korlátos sorozatok}
M = {szigorúan monoton csökkenő sorozatok}



a) Helyezze el az alábbi hozzárendelésekkel megadott sorozatok betűjelét az ábra megfelelő részébe! ($n \in \mathbf{Z}^+$)

$a_n = -\frac{1}{n}$

$b_n = 0{,}4^n$

$c_n = n^3$

b) Hozzárendelési szabályával adjon meg egy olyan d_n sorozatot, amely a $(K \cap M) \setminus H$ halmazba tartozik!

Az $e_n = \frac{an+b}{cn+d}$ sorozatban az a, b, c és d paramétereket az egyjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen választjuk.

c) Igazolja, hogy az e_n sorozat határértéke ekkor $\frac{a}{c}$.

d) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az e_n sorozat határértéke kisebb, mint 0,35.

a)	6 pont	
b)	2 pont	
c)	2 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 39. Ha az első tagból és a második tagból is kivonunk 1-et, a harmadikhoz pedig hozzáadunk 1-et, akkor egy mértani sorozat három egymást követő tagját kapjuk.

a) Határozza meg a számtani sorozat első három tagját!

Egy szabályos háromszög centiméterben mért magassága, beírt körének sugara, köréírt körének sugara, valamint négyzetcentiméterben mért területe valamilyen sorrendben egy számtani sorozat első négy tagja.

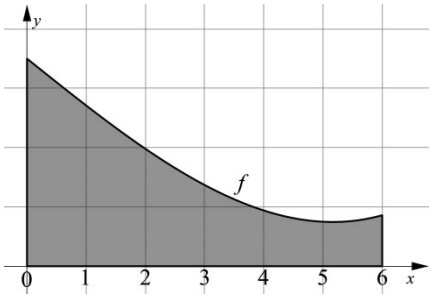
b) Hány centiméter hosszú a szabályos háromszög oldala?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. A szabad stílusú síversenyzés egyik ágában a sportolók egy meredek sáncon lecsúszva, majd a sánc végéről elrugaszkodva látványos trükköket mutatnak be a levegőben.
A síugrósánc oldalnézetét elhelyeztük egy derékszögű koordináta-rendszerben, ahol egy egység a valóságban 10 méternek felel meg. Ebben a koordináta-rendszerben az x tengely a talaj szintje, a sánc legfelső pontja pedig az y tengelyre illeszkedik. Az f függvény grafikonja a síelők pályáját szemlélteti a sáncon (lásd az ábrát).
Az f függvény hozzárendelési szabálya f: $[0; 6] \to \mathbf{R}$, $f(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}8x + 3{,}5$.





a) A talajtól számítva hány méter magasan van a sánc legfelső pontja, ahonnan a síelők indulnak?

b) A szervezők a sánc egyik oldalfalát szeretnék reklámplakáttal lefedni. Hány m^2 anyagra lesz szükségük az (ábrán szürkével jelölt) oldalfelület lefedéséhez?

Az elugrás pillanatától a síelők röppályája egy rövid ideig érintőirányban folytatódik. A röppályának ez a része a modellben a g: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}8x + 3{,}5$ függvény grafikonjához az $x = 6$ abszcisszájú pontjában húzott érintőegyenesre illeszkedik.
(A g függvény az f kiterjesztése a valós számok halmazára.)

c) Határozza meg ennek az érintőegyenesnek az egyenletét!

Tekintsük a valós számok halmazán értelmezett $h(x) = ax^2 + 6x + c$ függvényt, ahol a és c **pozitív egész** paraméterek.

d) Határozza meg a és c lehetséges értékeit, ha tudjuk, hogy a függvénynek két zérushelye van, minimumát pedig $-\frac{3}{2}$-ben veszi fel!

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

A feladatlapban nem közölt források a javítási-értékelési útmutatóban találhatók.

	a feladat sorszáma	pontszám			
		maximális	elért	maximális	elért
I. rész	1.	13		**51**	
	2.	13			
	3.	11			
	4.	14			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum

javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző