

Exponenciális és logaritmikus feladatok a középszintű matematika érettségi II. részében

A feladatok megoldásait a feladat sorszámaúra kattintva találod meg.

251 | 2025. május 18./a, b

A tengerszint felett h kilométer magasságban mérhető $p(h)$ légnyomás jól közelíthető a következő képlettel: $p(h) = p(0) \cdot 10^{-0,054 \cdot h}$. A képletben $p(0)$ jelöli a tengerszinten mérhető légnyomást, ami 101 325 Pa. (A Pa – azaz pascal – a légnyomás mértékegysége.)

- a) A Föld legmagasabb hegycsúcsa, a Mount Everest 8848 méter magas. Számítsa ki a megadott képlettel, hogy mekkora a Mount Everest csúcsán mérhető légnyomás!

[3 pont]

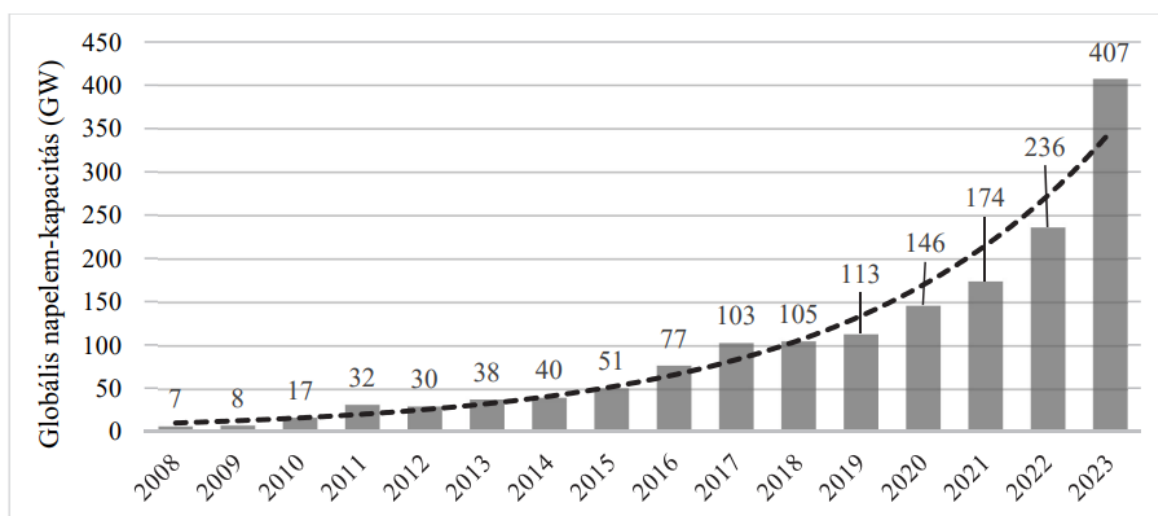
- b) A képlet alapján hány méter magasságban lesz a légnyomás 60 000 Pa? Válaszát 100 méterre kerekítve adja meg!

[5 pont]

252 | 2025. október 18./a, c

Anna a globális napelem-kapacitás alakulásával kapcsolatos projektmunkájában a 2008 és 2023 közötti időszakot tanulmányozta.² Az erre az időszakra vonatkozó adatokat beírta egy táblázatkezelő programba, amely az adatokra exponenciális függvénygörbét (úgynevezett trendvonalat) is illesztett, melynek egyenlete: $7,67 \cdot 1,27^x$.

Ebben a képletben x a **2007** óta eltelt évek számát, y pedig a gigawattban (GW) megadott globális napelem-kapacitást jelöli. (A globális napelem-kapacitás a Földön üzemben lévő napelemek összteljesítményét jelenti.) Az Anna által talált éves adatokat és az azokra illesztett exponenciális görbét (trendvonalat) mutatja az alábbi ábra.



- a) Számítsa ki, hogy az adatokra illesztett görbe megadott egyenletéből kiszámítható 2020-as érték mennyivel tér el a grafikonon megadott 2020-as adattól!

[3 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

- c) A görbe egyenlete alapján melyik évben érne el a globális napelem-kapacitás a 3000 gigawattot?

[4 pont]

241 | 2024. október 13./b, c

A baktériumok szaporodása laboratóriumi körülmények között több fázisra osztható, az első szakaszban a baktériumok száma nagyon gyorsan növekszik. Egy kutató a mérései alapján arra a következtetésre jutott, hogy a vizsgált baktériumok számát az első néhány órában a $b(p) = 6 \cdot 1,015^p$ képlettel jól lehet közelíteni. A képletben p jelöli a mérés kezdetétől eltelt időt percben, $b(p)$ pedig p perc elteltével a baktériumok számát ezer darabban megadva.

- b) Mennyi lesz a baktériumok száma a mérés kezdetétől számított 60 perc elteltével a képlet alapján?

[2 pont]

- c) A mérés kezdetétől számítva hányadik **órában** éri el a baktériumok száma a 600 ezret a képlet alapján?

[4 pont]

221 | 2022. május 16./b, c

Az exponenciális modell szerint az új autó értéke havonta 1%-kal csökken.

- b) Hány forintba csökken a 6 millió forintba kerülő új autó értéke két év alatt az exponenciális modell szerint, és ez hány százalékos csökkenést jelent az új kori értékéhez képest?

[4 pont]

- c) Hány hónap alatt csökken a felére az autó értéke az exponenciális modell szerint?

[5 pont]

211 | 2021. május idegen nyelvi 14./b

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$7^{x+2} - 7^{x+1} = 2058$$

[5 pont]

201 | 2020. május 17./c

Egy erdő faállománya az elmúlt időszakban évről évre 3%-kal növekedett. A faállomány most $10\,000\text{ m}^3$.

Hány év múlva éri el az erdő faállománya a $16\,000\text{ m}^3$ -t, ha az továbbra is évről évre 3%-kal növekszik?

[6 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

202 | 2020. május idegen nyelvi 18./b, c

Ismert tény, hogy magára hagyva a forró tea előbb-utóbb a környező levegő hőmérsékletére hűl le. Ez a hőmérsékletcsökkenés exponenciális jellegű. Egy kísérlet során egy kanna forró teát egy 23°C-os helyiségben magára hagytak, majd időről időre megmérték a hőmérsékletét. Az eredményeket számítógépbe táplálva a tea T hőmérsékletére (°C-ban) a következő összefüggést kapták:

$$T_{tea}(t) = 23 + 56 \cdot 0,96^t, \text{ ahol } t \text{ a mérés kezdete óta eltelt idő percben.}$$

- b) A megállapított összefüggés szerint hány °C lesz a tea hőmérséklete negyedóra elteltével?

[3 pont]

- c) Számítsa ki, hogy a fenti összefüggés szerint hány perc alatt csökken a tea hőmérséklete 37°C-ra!

[5 pont]

203 | 2020. október 15./c

A kutató (a 2000 óta mért adatok alapján tett) egyik feltételezése szerint 2018 utáni néhány évtizedben a globális éves középhőmérséklet alakulását a következő függvénnyel lehet előre jelezni:

$$g(t) = 15,92 \cdot 1,002^t.$$

Ebben a képletben t a 2018 óta eltelt évek számát, $g(t)$ pedig az adott év becsült középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \leq t$).

Ezt a modellt alkalmazva számítsa ki, hogy melyik évben lesz az éves középhőmérséklet 16,7 °C!

[5 pont]

Megoldások

251

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
8848 méter = 8,848 km	1 pont
$p(8,848) = 101\,325 \cdot 10^{-0,054 \cdot 8,848} \approx$	1 pont
$\approx 33\,723 \text{ Pa}$	1 pont
b)	
Megoldandó a $60\,000 = 101\,325 \cdot 10^{-0,054 \cdot h}$ egyenlet.	1 pont
Innen $10^{-0,054 \cdot h} = \frac{60\,000}{101\,325} (\approx 0,592)$	1 pont
Ebből $-0,054h = \lg 0,592 (\approx -0,2277)$,	1 pont
így $h \approx 4,22 \text{ km}$,	1 pont
azaz kerekítve 4200 méter magasságban lesz a légnyomás 60 000 Pa.	1 pont

252

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
$x = 13$	1 pont
$y = 7,67 \cdot 1,27^{13} \approx 171,5 \text{ GW}$	1 pont
A különbség: $171,5 - 146 = 25,5 \text{ (GW)}$	1 pont
c)	
Megoldandó a $3000 = 7,67 \cdot 1,27^x$ egyenlet.	1 pont
Ebből $x = \log_{1,27} \frac{3000}{7,67} \approx \log_{1,27} 391,1 \approx$	1 pont
$\approx 24,97$.	1 pont
A modell alapján $(2007 + 25 =) 2032$ -ben érne el a kapacitás a 3000 GW-ot.	1 pont

241

[Vissza a feladathoz.](#)

b)

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

$b(60) = 6 \cdot 1,015^{60} \approx 14,7$ ezer	2 pont
c)	
Megoldandó a $600 = 6 \cdot 1,015^p$ egyenlet.	1 pont
Ebből $100 = 1,015^p$.	1 pont
$p = \log_{1,015} 100 \approx 309$ perc	1 pont
Tehát a 6. órában éri el a becslés szerint a baktériumok száma a 600 ezret.	1 pont

221

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
A modell szerint az autó értéke hónapról hónapra a 0,99-szorosára csökken. Így két évvel a vásárlás után $6\,000\,000 \cdot 0,99^{24} \approx 4\,714\,069$ Ft-ot ér az autó.	2 pont
$\left(\frac{4\,714\,069}{6\,000\,000} \approx 0,786, \text{ így}\right)$ ez az eredeti ár kb. 78,6%-a.	1 pont
Az autó értéke 2 év alatt kb. 21,4%-kal csökken.	1 pont
c)	
A vásárlástól eltelt hónapok számát n -nel jelölve megoldandó a $6\,000\,000 \cdot 0,99^n = 3\,000\,000$ egyenlet.	1 pont
$0,99^n = \frac{1}{2}$	1 pont
$n = \log_{0,99} \frac{1}{2} \left(= \frac{\lg 0,5}{\lg 0,99}\right) \approx 68,97$	2 pont
69 hónap elteltével csökken az autó értéke a felére.	1 pont

211

[Vissza a feladathoz.](#)

(A hatványozás azonosságainak felhasználásával:) $7^2 \cdot 7^x - 7 \cdot 7^x = 2058$.	1 pont
$42 \cdot 7^x = 2058$	1 pont
$7^x = 49 (= 7^2)$	1 pont
(Az exponenciális függvény kölcsönös egyértelműsége miatt:) $x = 2$.	1 pont
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

201

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy év alatt a faállomány az 1,03-szorosára változik.	1 pont
(Ha x év múlva lesz 16 000 m ³ a faállomány, akkor) $10\,000 \cdot 1,03^x = 16\,000$	1 pont
$1,03^x = 1,6$	1 pont
$x = \log_{1,03} 1,6 \left(= \frac{\lg 1,6}{\lg 1,03} \right) \approx 15,9$	2 pont
Tehát kb. 16 év múlva éri el a faállomány a 16 000 m ³ -t.	1 pont

202

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
A negyedóra 15 perccel egyenlő.	1 pont
$T_{tea}(15) = 23 + 56 \cdot 0,96^{15} \approx$	1 pont
$\approx 53,4$ (°C) lesz a tea hőmérséklete.	1 pont
c)	
Megoldandó a $37 = 23 + 56 \cdot 0,96^t$ exponenciális egyenlet.	1 pont
Rendezve: $0,25 = 0,96^t$.	1 pont
$\lg 0,25 = \lg 0,96^t$	1 pont
$\lg 0,25 = t \cdot \lg 0,96$	1 pont
$t \approx 34$ perc alatt hűl a tea 37°C-osra.	1 pont

203

[Vissza a feladathoz.](#)

Megoldandó a $15,92 \cdot 1,002^t = 16,7$ egyenlet ($0 \leq t$).	1 pont
Rendezve: $1,002^t \approx 1,049$.	1 pont
$t = \log_{1,002} 1,049 \left(= \frac{\lg 1,049}{\lg 1,002} \right) \approx 23,94$	2 pont
(2018 + 24 =) 2042-ben lesz a modell alapján az éves középhőmérséklet 16,7 °C.	1 pont