

**Függvényes feladatok (deriválás és integrálás nélkül)
az emelt szintű matematika érettségiben**

A feladatok megoldásait a feladat sorszámaára kattintva találod meg.

261 | 2026. május 7./a

Adja meg az alábbi függvények közül azoknak a betűjelét, amelyek konkávok a $] - \infty; 7[$ intervallumon! Válaszát itt nem kell indokolnia.

- A) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 7 - x^2$
- B) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto x^3 - 7$
- C) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \left(\frac{1}{7}\right)^x$
- D) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto (x - 7)^3$
- E) $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \frac{1}{x-7}$

[3 pont]

262 | 2026. május idegen nyelvi 6./a, d

Adott az $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ függvény.

- a) Igazolja, hogy $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

[2 pont]

- d) Igazolja, hogy az $]1; 2[$ intervallumon $f(x) > 0$.

[2 pont]

251 | 2025. május 6./a, b

Legyen a H alaphalmaz az egyváltozós valós függvények halmaza, M, K és A pedig a H alábbi részhalmazai:

$M = \{\text{az értelmezési tartományukon szigorúan monoton növekedő függvények}\};$

$K = \{\text{az értelmezési tartományukon konvex függvények}\};$

$A = \{\text{alulról korlátos függvények}\}.$

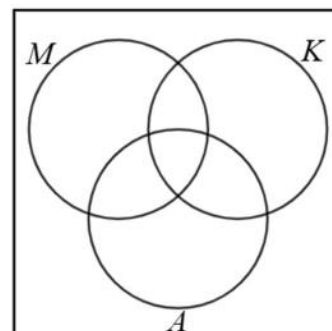
- a) Helyezze el az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények betűjelét az ábra megfelelő részébe!

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \sin x$

$g: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{x}$

$h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto 2^x$

$i: \mathbf{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x}$



Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

[4 pont]

- b) Jelölje az ábrán sáfrányzölddel a $(K \cap A) \setminus M$ halmazt, és hozzárendelési szabályával adjon meg egy olyan j függvényt, amely ebbe a halmazba tartozik!

[3 pont]

252 | 2025. május idegen nyelvi 2./c, d

Legyen a H alaphalmaz a függvények halmaza, Z, K és P pedig a H alábbi részhalmazai:

$Z = \{\text{zérushellyel rendelkező függvények}\};$

$K = \{\text{kölcsönösen egyértelmű függvények}\};$

$P = \{\text{páratlan függvények}\}.$

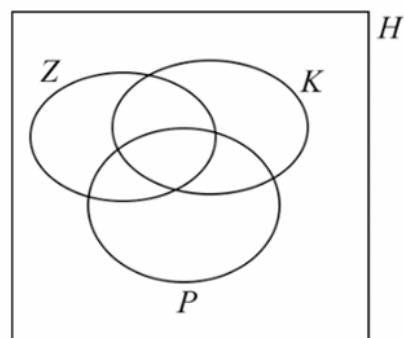
- c) Helyezze el az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények betűjelét az ábra megfelelő részébe!

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto |x|$$

$$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto x^2 + 2$$

$$h: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \lg x$$

$$i: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \sin x$$



[4 pont]

Egy négypontú gráf csúcsait megfeleltetjük a fenti f, g, h és i függvényeknek. Két csúcsot pontosan akkor kötünk össze éllel, ha a két megfelelő függvény értékkészletének van közös eleme.

- d) Rajzolja fel az így kapott gráfot! Válaszát itt nem kell indokolnia.

[3 pont]

253 | 2025. október 8./a

A valós számok halmazán értelmezett f másodfokú függvény zérushelyei -3 és 4 . Az f grafikonja egy olyan parabola, amely az y tengelyt a $(0; 6)$ pontban metszi.

Határozza meg a parabola egyenletét!

[5 pont]

241 | 2024. május 1./b

Adott az f és a g függvény:

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = 2^{x-3}$$

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad g(x) = 2^x - 7$$

A két függvény grafikonját egy számítógépes programmal közös koordináta-rendszerben ábrázoltuk. Határozza meg a két grafikon metszéspontjának koordinátáit!

[5 pont]

242 | 2024. május 1./c

Legyen a h függvény értelmezési tartománya az egyjegyű pozitív prímszámok halmaza, és legyen $h(x) = 2^{x-3}$.

Határozza meg a h függvény inverzfüggvényének az értelmezési tartományát!

[3 pont]

243 | 2024. május idegen nyelvi 3./a

Adott az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -0,5x^2 + 3x$ másodfokú függvény.

Határozza meg az f értékkészletét!

[4 pont]

231 | 2023. május 8./a

Legyen $f: [1; \infty[\rightarrow [1; \infty[$, $x \mapsto 2x - 1$,

és $g: [1; \infty[\rightarrow [1; \infty[$, $x \mapsto \sqrt{x}$.

Oldja meg az $f(g(x)) = g(f(x))$ egyenletet!

[7 pont]

232 | 2023. május idegen nyelvi 7./b, c

A mérnökök egy új fejlesztésű autó üzemanyag-fogyasztását igyekeznek meghatározni különböző sebességek mellett. Eddig három mérési adat áll rendelkezésre: ezek szerint 40 km/h sebesség mellett 9,6 liter, 70 km/h sebesség mellett 6,9 liter, 120 km/h sebesség mellett pedig 6,4 liter a 100 km-enkénti üzemanyag-fogyasztás.

Három mérnök olyan f függvényeket keres, amelyek minél jobban közelítik az ismert mérési eredményeket, azaz amelyekre az $|f(40) - 9,6| + |f(70) - 6,9| + |f(120) - 6,4|$ összeg értéke minél kisebb.

Mérnök Csaba az elsőfokú $f_1(x) = 11,2 - 0,04x$ függvényt, Mérnök Dóra pedig az $f_2(x) = \frac{|x-100|}{10} + 4$ abszolútérték-függvényt javasolja az autó 100 km-enkénti fogyasztásának közelítésére (x az autó sebességét jelöli km/h-ban mérve, a fogyasztást pedig literben kapjuk meg).

b) Az f_1 vagy az f_2 függvény közelíti-e jobban a fenti értelemben a három mérési eredményt?

[5 pont]

Mérnök Elemér azt a másodfokú $f_3(x) = ax^2 + bx + c$ függvényt kereste meg, amely mindhárom mérési adat esetén pontos eredményt ad, azaz $f_3(40) = 9,6$; $f_3(70) = 6,9$ és $f_3(120) = 6,4$.

c) Határozza meg az a , b és c paraméterek értékét!

[7 pont]

221 | 2022. október 4./a

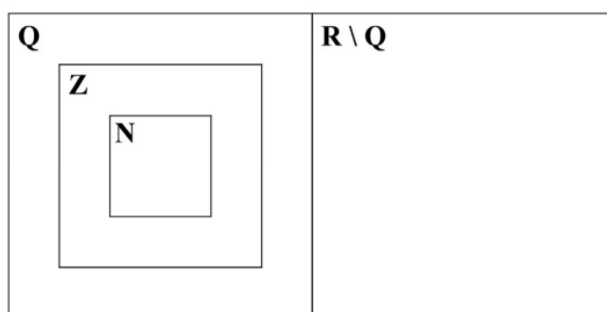
Adott az $f(x) = \sin x$ és a $g(x) = \left(\frac{2x}{\pi}\right)^2$ függvény ($x \in \mathbf{R}$).

Igazolja, hogy mindkét függvény grafikonja áthalad az origón és a $\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$ ponton!

[3 pont]

222 | 2022. október 7./a

Az f függvény hozzárendelési szabálya $f(x) = 3^{-x}$ ($x \in \mathbf{R}$). Helyezze el az alábbi halmazábra megfelelő részeibe az $f(-2)$, $f(0,5)$ és $f(5)$ függvényértékeket!



[3 pont]

211 | 2021. május 5./b

Mutassa meg, hogy az alábbi kijelentés igaz!

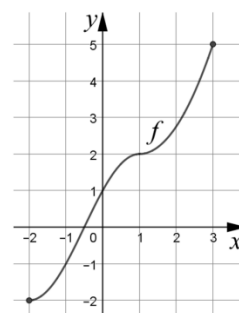
Az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = \frac{3}{(1+\cos x)^2 + 2}$ függvény értékkészlete az $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ intervallum.

[5 pont]

212 | 2021. május 7./c

Az ábrán a $[-2; 3]$ intervallumon értelmezett szigorúan monoton, folytonos f függvény grafikonja látható.

Adja meg az f **inverzfüggvényének** értelmezési tartományát, értékkészletét, zérushelyét, és jellemezze az inverzfüggvényt monotonitás szempontjából!



[4 pont]

213 | 2021. október 1./b, c

Legyen $f(x) = x^2 - 9x + 14$, ahol x valós szám.

Tekintsük a következő állítást: „Ha $x > 7$, akkor $f(x) > 0$.”

b) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

[4 pont]

- c) Fogalmazza meg az állítás megfordítását! Igaz-e az állítás megfordítása? Válaszát indokolja!

[3 pont]

201 | 2020. október 1./a, b

Adott két függvény:

$f:]0; 130[\rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 900 - 0,25(x - 60)^2$, illetve $g:]0; 130[\rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 6,4x$.

- a) Adja meg az f függvény zérushelyét!

[4 pont]

- b) Számítsa ki az $f(20) - g(20)$ különbség értékét!

[3 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

A, D, E	3 pont
---------	--------

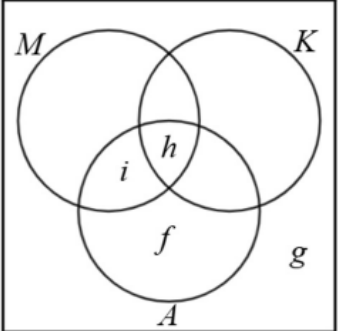
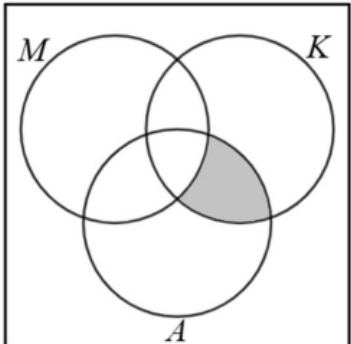
262

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
$f(x) = (x^2 - 3x + 2)(x - 3) =$	1 pont
$= x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 + 9x - 6 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$	1 pont
d)	
Az $]1; 2[$ intervallumon $x - 1$ pozitív, $x - 2$ és $x - 3$ pedig negatív,	1 pont
a három tényező szorzata tehát valóban pozitív.	1 pont

251

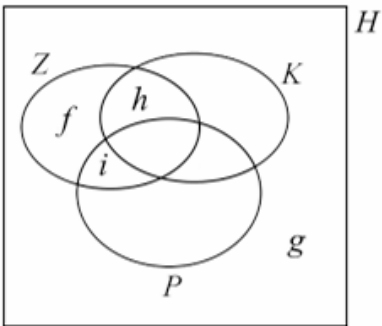
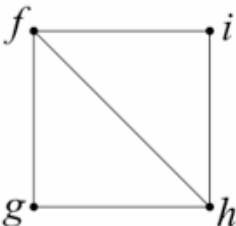
[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
	4 pont
b)	
	1 pont

Egy megfelelő függvény megadása, pl. $(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}) \ x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ vagy $(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}) \ x \mapsto x^2$	2 pont
---	--------

252

[Vissza a feladathoz.](#)

c)	
	4 pont
d)	
	3 pont
A 300 tallérból elkészíthető maximális térfogatú doboz alapéle tehát 5 dm, magassága $\frac{10}{3}$ dm.	1 pont

253

[Vissza a feladathoz.](#)

A parabola egyenletét az $y = ax^2 + bx + c$ (általános) alakban keressük. $f(0) = 6$, innen $c = 6$. $f(-3) = 0$ és $f(4) = 0$, innen $9a - 3b + 6 = 0$ és $16a + 4b + 6 = 0$.	2 pont
A $9a - 3b + 6 = 0$ $16a + 4b + 6 = 0$ egyenletrendszer első egyenletéből $b = 3a + 2$.	1 pont
Ezt a második egyenletbe helyettesítve $28a + 14 = 0$, azaz $a = -0,5$, és így $b = 3 \cdot (-0,5) + 2 = 0,5$.	1 pont

A parabola egyenlete $y = -0,5x^2 + 0,5x + 6$.	1 pont
---	--------

241

[Vissza a feladathoz.](#)

A megoldandó egyenlet: $2^{x-3} = 2^x - 7$.	1 pont
$\frac{2^x}{8} = 2^x - 7$	1 pont
$2^x = 8$	1 pont
(Az exponenciális függvény kölcsönösen egyértelmű, ezért) a metszéspont első koordinátája $x = 3$,	1 pont
második koordinátája $y = (f(3) = g(3) =) 1$. (Tehát a metszéspont az M(3; 1) pont.)	1 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

A h függvény értelmezési tartománya $\{2; 3; 5; 7\}$.	1 pont
(A h függvény kölcsönösen egyértelmű, ezért létezik inverzfüggvénye.) A h függvény értékkészlete megegyezik az inverzfüggvényének értelmezési tartományával.	1 pont
A h függvény inverzének értelmezési tartománya: $\{0,5; 1; 4; 16\}$.	1 pont

243

[Vissza a feladathoz.](#)

Az f grafikonja lefelé nyíló parabola.	1 pont
$f(x) = -0,5x(x - 6)$, ezért a parabola tengelypontjának első koordinátája $\left(\frac{0+6}{2} =\right) 3$	1 pont
$f(3) = 4,5$	1 pont
Az értékkészlet $] - \infty; 4,5]$.	1 pont

231

[Vissza a feladathoz.](#)

$f(g(x)) = 2\sqrt{x} - 1$	1 pont
$g(f(x)) = \sqrt{2x - 1}$	1 pont

Így megoldandó a $2\sqrt{x} - 1 = \sqrt{2x - 1}$ egyenlet ($x \geq 1$). (Mindkét oldal pozitív az értelmezési tartomány miatt.) Négyzetre emelve: $4x - 4\sqrt{x} + 1 = 2x - 1$	1 pont
Rendezve és kettővel osztva: $x + 1 = 2\sqrt{x}$.	1 pont
(Mindkét oldal pozitív.) Négyzetre emelve: $x^2 + 2x + 1 = 4x$, majd nullára rendezve: $x^2 - 2x + 1 = 0$.	1 pont
Amiből $x = 1$ (amely eleme mindkét függvény értelmezési tartományának).	1 pont
Ellenőrzés behelyettesítéssel, vagy (az értelmezési tartományon) ekvivalens átalakításokra hivatkozással.	1 pont

232

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
$f_1(40) = 9,6; f_1(70) = 8,4; f_1(120) = 6,4$	1 pont
így $ f_1(40) - 9,6 + f_1(70) - 6,9 + f_1(120) - 6,4 =$ $(= 0 + 1,5 + 0) = 1,5$.	1 pont
$f_2(40) = 10; f_2(70) = 7; f_2(120) = 6$	1 pont
így $ f_2(40) - 9,6 + f_2(70) - 6,9 + f_2(120) - 6,4 =$ $(= 0,4 + 0,1 + 0,4) = 0,9$.	1 pont
Tehát az f_2 függvény ad jobb közelítést.	1 pont
c)	
$(f_3(40) = 9,6, \text{ tehát } 1600a + 40b + c = 9,6. (1)$ $(f_3(70) = 6,9, \text{ tehát } 4900a + 70b + c = 6,9. (2)$ $(f_3(120) = 6,4, \text{ tehát } 14\,400a + 120b + c = 6,4. (3)$	2 pont
(Megoldandó a három egyenletből álló háromismeretlenes egyenletrendszer.) (1)-ből kivonva (2)-t: $-3300a - 30b = 2,7$ (3)-ból kivonva (2)-t: $9500a + 50b = -0,5$	1 pont
Az így kapott első egyenletet 30-cal, a másodikat pedig 50-nel osztva: $-110a - b = 0,09$ $190a + b = -0,01$	1 pont

A két egyenletet összeadva: $80a = 0,08$, amiből $a = 0,001$.	1 pont
Visszahelyettesítéssel $b = -0,2$, illetve $c = 16$ adódik. (Tehát $f_3(x) = 0,001x^2 - 0,2x + 16$, ami teljesíti mindhárom feltételt.)	2 pont

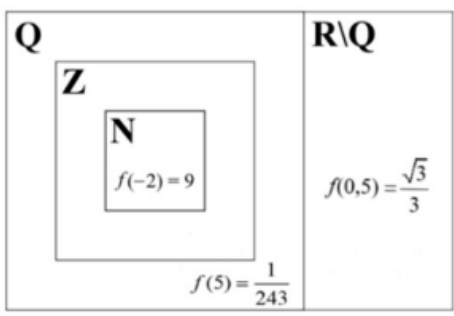
221

[Vissza a feladathoz.](#)

$f(0) = \sin 0 = 0, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ $g(0) = \left(\frac{0}{\pi}\right)^2 = 0, g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}\right)^2 = 1$ (Tehát az állítás igaz.)	3 pont
--	--------

222

[Vissza a feladathoz.](#)

	3 pont
--	--------

211

[Vissza a feladathoz.](#)

Mivel $-1 \leq \cos x \leq 1$,	1 pont
ezért $0 \leq (1 + \cos x)^2 \leq 4$,	1 pont
$2 \leq (1 + \cos x)^2 + 2 \leq 6$	1 pont
(A pozitív számok halmazán az $x \mapsto \frac{1}{x}$ függvény szigorúan monoton csökkenő, ezért) $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{(1 + \cos x)^2 + 2} \geq \frac{1}{6}$	1 pont
Ebből következik, hogy $\frac{3}{2} \geq \frac{3}{(1 + \cos x)^2 + 2} \geq \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ tehát a megadott kijelentés valóban igaz (hiszen f folytonos függvény).	1 pont

212

[Vissza a feladathoz.](#)

Az inverzfüggvény értelmezési tartománya $[-2; 5]$,	1 pont
értékkészlete $[-2; 3]$,	1 pont
zérushelye 1,	1 pont
szigorúan monoton növekedő.	1 pont

213

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
Az állítás igaz.	1 pont
$x^2 - 9x + 14 = 0$ valós gyökei 2 és 7.	1 pont
Az $x \mapsto x^2 - 9x + 14$ másodfokú függvény grafikonja „felfelé nyitott” parabola, tehát ha $x > 7$, akkor $f(x) > 0$ teljesül.	2 pont
c)	
Megfordítás: Ha $f(x) > 0$, akkor $x > 7$.	1 pont
A megfordítás hamis.	1 pont
Egy ellenpélda. (Például $x = 0$ esetén $f(x) = 14 > 0$, de $x \leq 7$.)	1 pont

201

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
$900 - 0,25(x - 60)^2 = 0 \quad (0 < x < 130)$	1 pont
$-0,25x^2 + 30x = 0$	1 pont
$x = 0$ vagy $x = 120$	1 pont
A 0 nem eleme az értelmezési tartománynak, ezért az egyetlen zérushely a 120.	1 pont
b)	
$f(20) = 900 - 0,25(20 - 60)^2 = 500$	1 pont
$g(20) = 128$	1 pont

A különbség $(500 - 128 =)$ 372.	1 pont
----------------------------------	--------