

Gráfos feladatok a középszintű matematika érettségi II. részében

A feladatok megoldásait a feladat sorszámára kattintva találod meg.

261 | 2026. május idegen nyelvi 16./b

Hét diáktól megkérdeztük, hogy a többi hat közül hány diákkal volt már korábban színházban. Ezeket a válaszokat kaptuk: 6, 6, 2, 2, 2, 3, 3.

Készítsen a fenti válaszokat szemléltető gráfot!

[2 pont]

241 | 2024. május 18./a

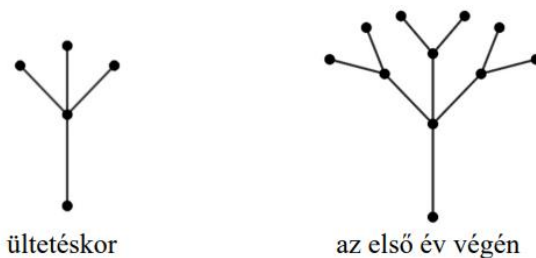
Egy elektromos autó egyik alkatrészéhez tartozó áramköri elem szemléltethető egy olyan hatpontú gráffal, melynek hat éle van, és amelyben öt pont fokszáma ismert: 1, 2, 2, 3, 3.

Adja meg a hatodik csúcs fokszámát, és rajzoljon fel egy olyan gráfot, amely a feltételeknek megfelel!

[4 pont]

242 | 2024. május idegen nyelvi 14./a, b

Egy frissen elültetett fa törzséből három ág indult ki. Az első évben minden ág végén két újabb ág hajtott ki. Az alábbi ábrák egy-egy gráfon szemléltetik a fa ágszerkezetét ültetéskor, illetve az első év végén. Az elágazásokat és az ágak végét tekintjük a gráf pontjainak, az ágakat pedig a gráf éleinek (a fa törzsét is egy élnek tekintjük).



- a) Hány éle és hány pontja van a gráfnak az első év végén?

[2 pont]

A második év végére az első évben kihajtott ágak végén két új ág hajt ki. És így tovább: minden évben az azt megelőző évben kifejlődött ágak végén két új ág hajt ki.

- b) Hány éle van összesen annak a gráfnak, amely a negyedik év végén ábrázolja a fát?

[5 pont]

243 | 2024. május idegen nyelvi 17./d

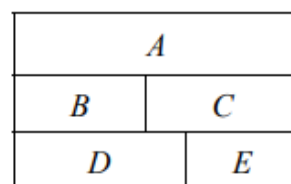
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait itt nem kell indokolnia!

- (1) A 4 csúcsú teljes gráfnak 6 éle van.
- (2) Van olyan 5 csúcsú gráf, amelyben minden csúcs fokszáma 3.
- (3) Van olyan 6 csúcsú gráf, amelynek 5 éle van.

[2 pont]

231 | 2023. május 18./a

A vázlatos ábra egy szántóföld felosztását mutatja az öt tulajdonos között. Szeretnénk elkészíteni a szántóföldhöz tartozó szomszédsági gráfot, amelyben két csúcs pontosan akkor van összekötve éllel, ha a két csúcs által jelölt földterület szomszédos. (Két földterület szomszédos, ha van közös határolószakasza.)



Rajzolja fel ehhez a szántóföldhöz a szomszédsági gráfot!

[2 pont]

232 | 2023. május idegen nyelvi 13./a

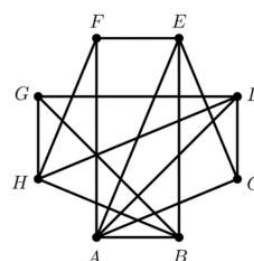
Az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számokat leírtuk egy lapra. Két különböző számot pontosan akkor kötünk össze egy vonallal (éllel), ha az egyik szám osztója a másiknak (de egyik számot sem kötjük össze önmagával). Így egy hatpontú gráfot kapunk.

Rajzolja fel a kapott gráfot!

[3 pont]

211 | 2021. május 16./a, b

Egy nyolccsapatos jégkorongbajnokságban minden csapat minden másikkal egyszer mérkőzik meg. Az ábrán látható gráf az eddig lejátszott mérkőzéseket szemlélteti. A pontok a csapatokat jelképezik, és két pont között pontosan akkor van él, ha a két csapat már játszott egymással. A bajnokságból 5 fordulót már megrendeztek, ám néhány mérkőzés elmaradt. (Egy fordulóban – ha nincs elmaradó mérkőzés – mindegyik csapat egy mérkőzést játszik.)



- a) Adja meg három olyan csapat betűjelét, melyek közül bármely kettő már lejátszotta az egymás közötti mérkőzését!

[2 pont]

- b) Hány mérkőzés maradt el az első 5 fordulóban?

[4 pont]

212 | 2021. május idegen nyelvi 15./c

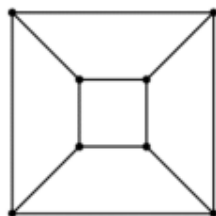
Egy új közösségi oldalon Anna, Bence, Cili, Dénes, Edit és Feri már regisztrálta magát. Ahhoz, hogy két regisztrált felhasználó ismerős legyen az oldalon, kölcsönösen be kell jelölniük egymást. A 6 fő között Anna már csak Bencével nem ismerős, a többiekkel igen. Cili (Annán kívül) Ferivel, Bence pedig csupán Edittel ismerős. Dénes, Edit és Feri még nem ismerősei egymásnak az oldalon.

Szemléltesse gráffal, hogy a 6 fő közül ki kivel ismerős ezen a közösségi oldalon, és adja meg, hány olyan „pár” van közöttük, akik még nem ismerősei egymásnak?

[4 pont]

213 | 2021. október 14./c

A csonkagúla csúcsait és éleit gráfként is fel tudjuk rajzolni. Az így kapott 8 pontú gráfban minden pont fokszáma 3.

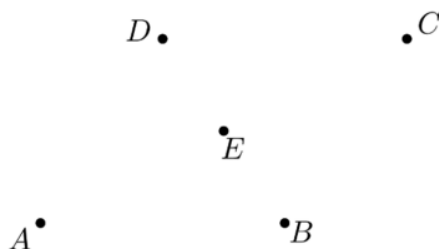


Létezik-e olyan 7 pontú gráf, amelyben minden pont fokszáma 3? (Ha válasza **igen**, akkor rajzoljon ilyen gráfot, ha a válasza **nem**, akkor válaszát indokolja.)

[2 pont]

201 | 2020. október 17./a

Tekintsük az A, B, C, D és E pontokat egy gráf csúcsainak.



Egészítse ki élekkel a fenti ábrát úgy, hogy a kapott gráfban minden csúcs fokszáma 2 vagy 3 legyen!

[2 pont]

202 | 2020. október 17./b

Lehet-e olyan 5 csúcsú gráfot rajzolni, amelyben minden csúcs fokszáma pontosan 3?

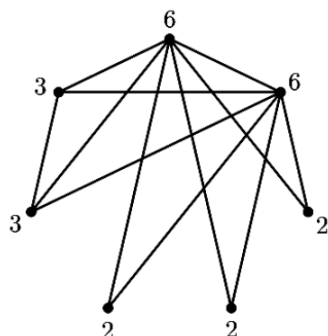
[3 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

(Két diák válasza 6, így ők ketten mindenkivel voltak már színházban. Akik 2-t választottak, azok csak az előző két diákkal voltak együtt korábban színházban. Akik 3-at választottak, azok voltak együtt színházban.)



2 pont

241

[Vissza a feladathoz.](#)

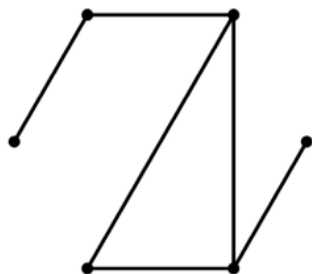
A csúcsok fokszámának összege $(6 \cdot 2 =) 12$.

1 pont

A megadott fokszámok összege 11, tehát a hatodik csúcs fokszáma 1.

1 pont

Egy megfelelő gráf, például:



2 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

a)

A gráfnak $(4 + 3 \cdot 2 =) 10$ éle

1 pont

és 11 pontja van.

1 pont

b)

Minden évben megduplázódik az új élek száma, tehát a második évben $6 \cdot 2 = 12$ új él keletkezik.

2 pont

A harmadik évben 24, a negyedikben 48 új él keletkezik,

1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

tehát összesen $6 + 12 + 24 + 48 = 90$ új él keletkezik.	1 pont
Az eredeti 4 éllel együtt a negyedik év végén összesen $4 + 90 = 94$ éle lesz a gráfnak.	1 pont

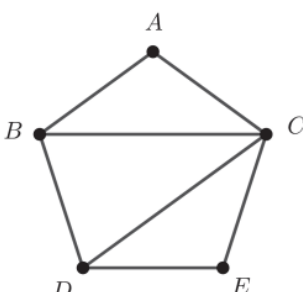
243

[Vissza a feladathoz.](#)

(1) igaz (2) hamis (3) igaz	2 pont
-----------------------------------	--------

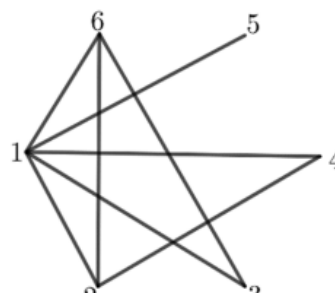
231

[Vissza a feladathoz.](#)

	2 pont
--	--------

232

[Vissza a feladathoz.](#)

	3 pont
---	--------

211

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
Egy betűhármás megadása az $\{ABE, ACD, ACE, AEF, BGH, DGH\}$ halmazból.	2 pont
b)	
A foksámok összege 30,	1 pont
az eddig lejátszott mérkőzések száma ennek fele, azaz 15.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Az 5 forduló alatt megrendezendő mérkőzések száma $\frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.	1 pont
Tehát $(20 - 15 =)$ 5 mérkőzés maradt el.	1 pont

212

[Vissza a feladathoz.](#)

	2 pont
Összesen $\binom{6}{2} = 15$ „pár” lehet ismerős, amiből eddig 6 valósult meg,	1 pont
azaz még $(15 - 6 =)$ 9 olyan pár van, amelynek tagjai nem ismerősei egymásnak.	1 pont

213

[Vissza a feladathoz.](#)

Bármely gráfban a csúcsok fokszámának összege páros.	1 pont
(Mivel $3 \cdot 7 = 21$ páratlan, ezért) ilyen 7 pontú gráf nincs.	1 pont

201

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy megfelelő gráf, például:	2 pont
-------------------------------------	--------

202

[Vissza a feladathoz.](#)

Ha lenne ilyen gráf, akkor abban a csúcsok fokszámának összege $(3 \cdot 5 =)$ 15 lenne.	1 pont
Mivel egy gráfban a csúcsok fokszámának összege nem lehet páratlan,	1 pont
ezért ilyen gráf nincs	1 pont