

Halmazos feladatok az emelt szintű matematika érettségiben

A feladatok megoldásait a feladat sorszámára kattintva találod meg.

261 | 2026. május idegen nyelvi 4./c

Ernő osztályának tanulói közül az A halmazba azok a tanulók tartoznak, akik angolból, az M halmazba azok, akik magyarból, a T halmazba pedig azok, akik történelemből jelesre érettségiztek. Az A , M és T halmazokról a következőket tudjuk:

$$(1) |A \cup M \cup T| = 32$$

$$(2) A \setminus (M \cup T) = M \setminus (A \cup T) = T \setminus (A \cup M) = \emptyset$$

$$(3) |A \cap M \cap T| = 3$$

$$(4) |A| = 27$$

$$(5) |A \cap T| + |M \cap T| = |A \cap M|$$

Határozza meg Ernő osztályában a magyarból, illetve a történelemből jelesre érettségiző tanulók számát!

[7 pont]

251 | 2025. május 6./a, b

Legyen a H alaphalmaz az egyváltozós valós függvények halmaza, M , K és A pedig a H alábbi részhalmazai:

$M = \{\text{az értelmezési tartományukon szigorúan monoton növekedő függvények}\};$

$K = \{\text{az értelmezési tartományukon konvex függvények}\};$

$A = \{\text{alulról korlátos függvények}\}.$

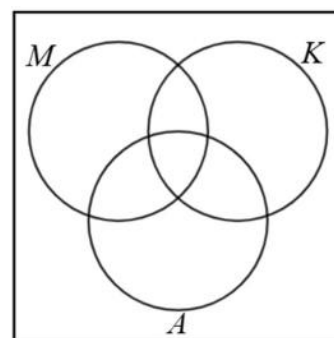
- a) Helyezze el az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények betűjelét az ábra megfelelő részébe!

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \sin x$$

$$g: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto 2^x$$

$$i: \mathbf{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x}$$



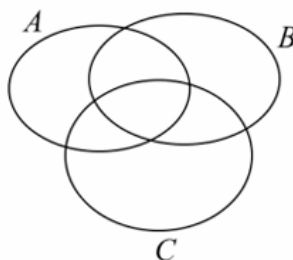
[4 pont]

- b) Jelölje az ábrán satírozással a $(K \cap A) \setminus M$ halmazt, és hozzárendelési szabályával adjon meg egy olyan j függvényt, amely ebbe a halmazba tartozik!

[3 pont]

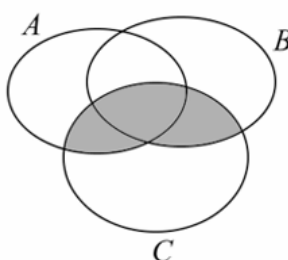
252 | 2025. május idegen nyelvi 2./a, b

- a) Szírozza be az alábbi ábrán a $B \setminus (A \cap C)$ halmazt!



[2 pont]

- b) Adja meg halmazműveletek segítségével az alábbi ábrán szürke színnel jelzett rész halmazt!



[2 pont]

253 | 2025. május idegen nyelvi 2./c, d

Legyen a H alaphalmaz a függvények halmaza, Z, K és P pedig a H alábbi részhalmazai:

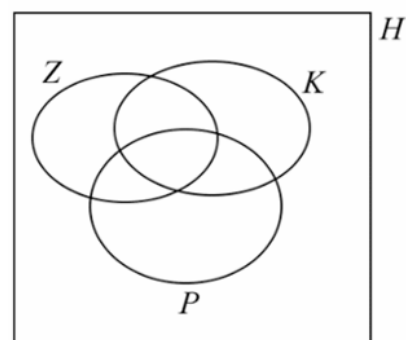
$Z = \{\text{zérushellyel rendelkező függvények}\};$

$K = \{\text{kölcsönösen egyértelmű függvények}\};$

$P = \{\text{páratlan függvények}\}.$

- c) Helyezze el az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények betűjelét az ábra megfelelő részébe!

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R},$	$x \mapsto x $
$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R},$	$x \mapsto x^2 + 2$
$h: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R},$	$x \mapsto \lg x$
$i: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R},$	$x \mapsto \sin x$



[4 pont]

Egy négypontú gráf csúcsait megfeleltetjük a fenti f, g, h és i függvényeknek. Két csúcsot pontosan akkor kötünk össze éllel, ha a két megfelelő függvény értékkészletének van közös eleme.

- d) Rajzolja fel az így kapott gráfot! Válaszát itt nem kell indokolnia.

[3 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

241 | 2024. május 2./b, c

Legyen H az egyjegyű pozitív egész számok halmaza.

- b) Hány olyan 4 elemű részhalmaza van H -nak, amelynek az 1 vagy a 2 eleme?

[4 pont]

- c) A és B legyen a fenti H alaphalmaz két részhalmaza. Adja meg az alábbi (igaz) állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

„Ha $A = \bar{B}$, akkor $A \cap B = \emptyset$.”

[3 pont]

242 | 2024. május idegen nyelvi 2./a

Egy szöveget ketten lektorálnak, Aliz és Hanna. Aliz az összes hiba $p\%$ -át fedezte fel, és a Hanna által felfedezett hibáknak is éppen a $p\%$ -át találta meg. A szövegben Aliz 35, Hanna 40 hibát vett észre, ezek közül 28 hibát mindketten észrevettek.

Az összes hiba közül hányat nem vett észre egyikük sem?

[5 pont]

243 | 2024. október 5./d

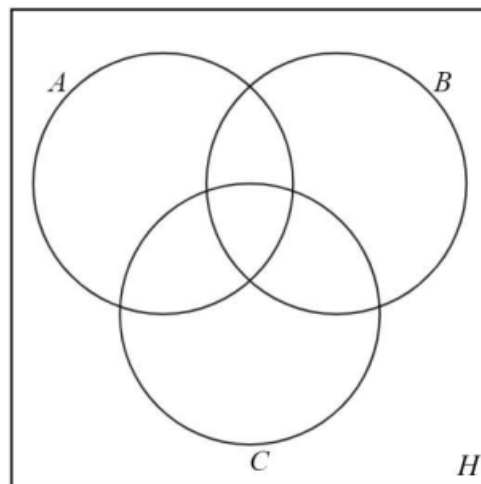
Egy kék és egy zöld dobókockával dobunk, a dobás kimenetele egy számpár. Jelölje (k, z) a dobásnak azt a kimenetelét, amikor a kék kockával dobott szám k , a zöld kockával dobott szám pedig z .

Legyen a H alaphalmaz a dobás kimeneteleként megkapható összes lehetséges (k, z) számpár halmaza. Az A , B és C részhalmazokat a következőképpen definiáljuk:

$$A = \{(k, z) \mid k + z \text{ összeg prím}\}$$

$$B = \{(k, z) \mid k \cdot z \text{ szorzat prím}\}$$

$$C = \{(k, z) \mid k = z\}$$



Satírozással jelölje a Venn-diagramon a H -nak azt a részhalmazát, amelyik üres halmaz! A Venn-diagram minden egyes további tartományába írjon egy-egy megfelelő számpárt! Válaszát itt nem kell indokolnia.

[5 pont]

231 | 2023. május 7./c

Egy szivattyúkat gyártó cég a selejtes termékeket visszavásárolja a forgalmazóktól, és a selejtraktárban tárolja. A selejtes termékek hibájuk alapján háromféle hibakódot kaphatnak. A törött termékek „T”, a hiányos termékek „H” és az egyéb hibával rendelkező termékek „E” kódot kapnak. Egy termék többféle hibakódot is kaphat a hibái alapján. A selejtraktárban az év végi nyilvántartás szerint a csak T kóddal, a csak H kóddal és a csak E kóddal rendelkező termékek darabszáma megegyezik. Olyan selejtes termék nincs, amelynek háromféle kódja is van. T kódja 35 terméknek, H kódja 40, E kódja pedig 45 terméknek van. Kétszer annyi terméknek van T és E kódja is, mint ahánynak T és H kódja is.

Hány selejtes termék van a selejtraktárban?

[7 pont]

221 | 2022. május 3./a

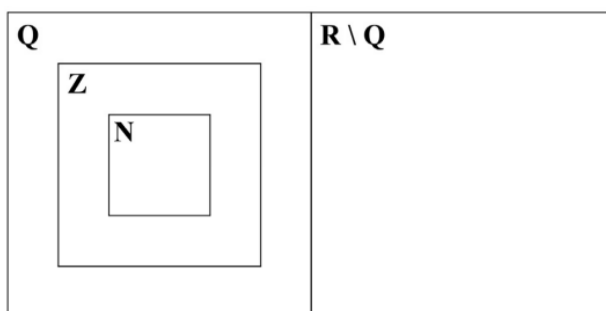
Egy társasházban 50-en laknak. A lakók 38%-a nő, 32%-a szemüveges.

Legalább, illetve legfeljebb hányan lehetnek a lakók között a nem szemüveges férfiak?

[5 pont]

222 | 2022. október 7./a

Az f függvény hozzárendelési szabálya $f(x) = 3^{-x}$ ($x \in \mathbf{R}$). Helyezze el az alábbi halmazábra megfelelő részeibe az $f(-2)$, $f(0,5)$ és $f(5)$ függvényértékeket!



[3 pont]

201 | 2020. május 6./a

Hány olyan 90-nél nem nagyobb pozitív egész szám van, amely a 2, a 3 és az 5 közül pontosan az egyikkel osztható?

[6 pont]

202 | 2020. október 8./a

Legyen az alaphalmaz a háromjegyű pozitív egész számok halmaza. Az A halmaz elemei azok a háromjegyű számok, amelyekben van 1-es, a B halmaz elemei azok, amelyekben van 2-es, a C halmaz elemei pedig azok, amelyekben van 3-as számjegy.

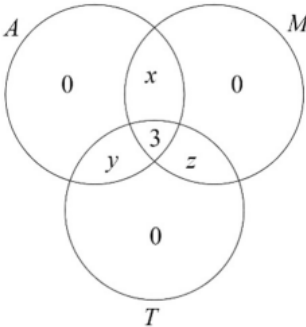
Hány eleme van az $A \setminus (B \cap C)$ halmaznak?

[5 pont]

Megoldások

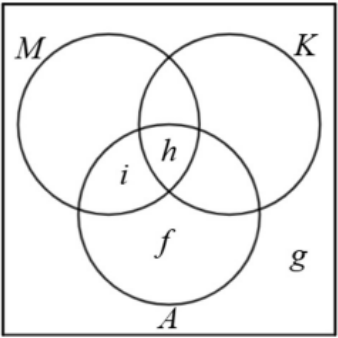
261

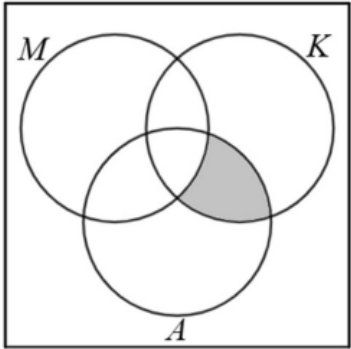
[Vissza a feladathoz.](#)

	A (2) és a (3) feltétel alapján a megfelelő értékek megállapítása. (x, y és z jelöli azoknak a számát, akik pontosan két tárgyból érettségiztek jelesre.)	1 pont
Az (1) feltétel alapján: $x + y + z + 3 = 32$, és a (4) feltétel miatt: $x + y + 3 = 27$.		1 pont
Az első egyenletből kivonva a másodikat $z = 5$ adódik.		1 pont
Az (5) feltétel miatt: $y + 3 + 8 = x + 3$, így $x = y + 8$.		1 pont
Ezt (4)-be helyettesítve: $y + 8 + y + 3 = 27$.		1 pont
$y = 8$ és $x = 16$		1 pont
Tehát magyarból ($16 + 3 + 5 =$) 24-en, történelemből pedig ($8 + 3 + 5 =$) 16-an érettségiztek jelesre (ami valóban megfelel a feltételeknek).		1 pont

251

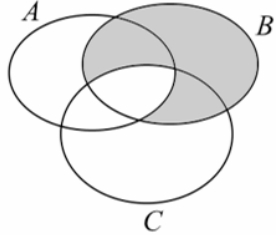
[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
	4 pont
b)	

	1 pont
Egy megfelelő függvény megadása, pl. $(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}) \ x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ vagy $(\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}) \ x \mapsto x^2$	2 pont

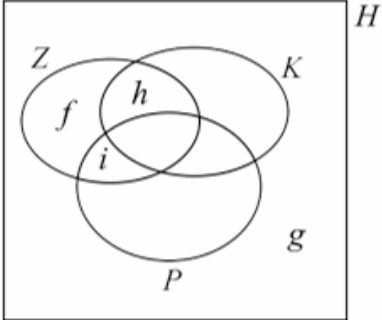
252

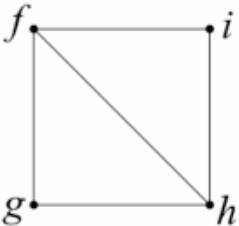
[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
	2 pont
b)	
Például $(A \cup B) \cap C$.	2 pont

253

[Vissza a feladathoz.](#)

c)	
	4 pont
d)	

	3 pont
---	--------

241

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
(A H -nak 9 eleme van.) $\binom{7}{3} = 35$ olyan négyelemű részhalmaza van H -nak, amelynek az 1 eleme, de a 2 nem.	1 pont
Ugyanennyi olyan négyelemű részhalmaza van H -nak, amelynek a 2 eleme, de az 1 nem.	1 pont
$\binom{7}{2} = 21$ olyan négyelemű részhalmaza van H -nak, amelynek az 1 és a 2 is eleme.	1 pont
Összesen tehát $(35 + 35 + 21 =)$ 91 megfelelő részhalmaz van.	1 pont
c)	
Az állítás megfordítása: „Ha $A \cap B = \emptyset$, akkor $A = \bar{B}$.”	1 pont
A megfordítás hamis.	1 pont
Például $A = \{1\}$ és $B = \{2\}$ esetén a két halmaz metszete üres, de $A \neq \bar{B}$.	1 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

$\frac{28}{40} = 0,7$, tehát Aliz a Hanna által megtalált hibák 70%-át vette észre,	1 pont
ő tehát az összes hibának is a 70%-át találta meg. Az összes hiba 70%-a 35, ezért összesen 50 hiba van a teljes szövegben.	2 pont
Aliz és Hanna összesen $35 + 40 - 28 = 47$ különböző hibát vettek észre,	1 pont
tehát $(50 - 47 =)$ 3 hibát nem vett észre egyikük sem.	1 pont

243

[Vissza a feladathoz.](#)

	5 pont
--	--------

231

[Vissza a feladathoz.](#)

Az adatokat halmazábrán szemléltetve:	1 pont
A feladat szövege alapján: (1) $x + 3y = 35$; (2) $x + y + z = 40$; (3) $x + 2y + z = 45$.	2 pont
A (3) egyenletből kivonva a (2) egyenletet kapjuk, hogy $y = 5$.	1 pont
Ezt behelyettesítve az (1) egyenletbe: $x = 20$.	1 pont
Végül a (2) egyenletből: $20 + 5 + z = 40$, tehát $z = 15$.	1 pont
Tehát a selejtraktárban $3 \cdot 20 + 3 \cdot 5 + 15 = 90$ selejtes termék van.	1 pont

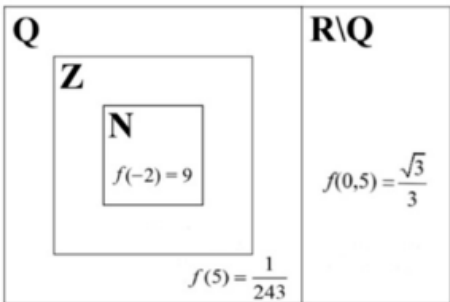
221

[Vissza a feladathoz.](#)

A lakók közül 19 nő, 31 férfi, illetve 16 szemüveges, 34 nem szemüveges.	1 pont
Legfeljebb 31 nem szemüveges férfi lehet,	1 pont
ha egyik férfi sem szemüveges.	1 pont
Legalább $(31 - 16 =)$ 15 nem szemüveges férfi van,	1 pont
ha minden szemüveges lakó férfi.	1 pont

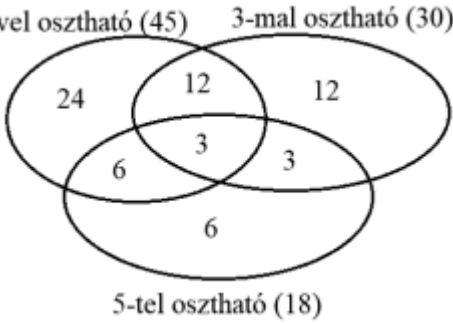
222

[Vissza a feladathoz.](#)

	3 pont
--	--------

201

[Vissza a feladathoz.](#)

Venn-diagramon szemléltetjük az egyes halmazokat és azok elemszámát. 	4 pont
A keresett szám a Venn-diagram alapján: $24 + 12 + 6 = 42$	2 pont

202

[Vissza a feladathoz.](#)

A háromjegyű számok száma 900,	1 pont
ezek között $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$ olyan van, amelyben nincs 1-es.	1 pont
Az A halmaz elemeinek száma tehát $9 \cdot 10 \cdot 10 - 8 \cdot 9 \cdot 9 = 252$.	1 pont

Azokat a háromjegyű számokat kell az A halmazból elhagynunk, amelyekben a 2-es és a 3-as számjegy is szerepel (vagyis amelyek az 1, 2, 3 számjegyekből állnak). Ilyen háromjegyű számból 6 darab van.	1 pont
Az $A \setminus (B \cap C)$ halmaz elemszáma $252 - 6 = 246$.	1 pont