

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2020. május 5. 9:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

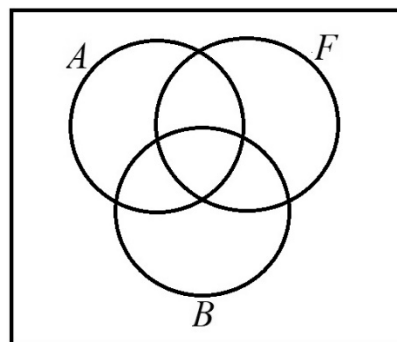
## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egy téglatest egy csúcsból kiinduló három élének hossza: 3 dm, 2 dm és 2,5 dm.  
Hány négyzetdeciméter a test felszíne?

$A =$ $\text{dm}^2$	2 pont	
---------------------	--------	--

2. Az alábbi ábra egy érettségiző évfolyam diákjainak a halmazát szemlélteti.  $A$  jelöli az angol nyelvből,  $B$  a biológiából,  $F$  pedig a fizikából érettségiző diákok halmazát. Színezz be az ábrának azt a részét, amely azon diákok halmazát jelöli, akik angol nyelvből és biológiából érettségiznek, de fizikából nem!



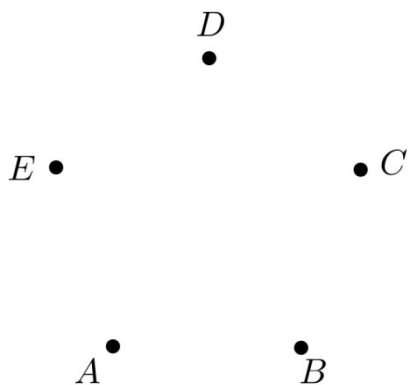
2 pont	
--------	--

3. A 2 hányadik hatványával egyenlő az alábbi kifejezés?

$$\frac{2^7 \cdot (2^3)^4}{2^5}$$

	2 pont	
--	--------	--

4. Egy nemzetközi konferencia 5 résztvevője áll egy asztal körül a kávészünetben (jelölje őket  $A, B, C, D$ , illetve  $E$ ). Tudjuk, hogy  $A$  ismer mindenkit az asztalnál.  $B$  nem ismeri  $E$ -t, de a többieket ismeri.  $C$  két résztvevőt ismer,  $D$  pedig hármat. Ábrázolja az ötfős társaság tagjai közötti ismeretségeket egy gráffal, és adja meg, hogy kiket ismer az asztalnál az  $E$ -vel jelölt személy! (Minden ismeretség kölcsönös.)

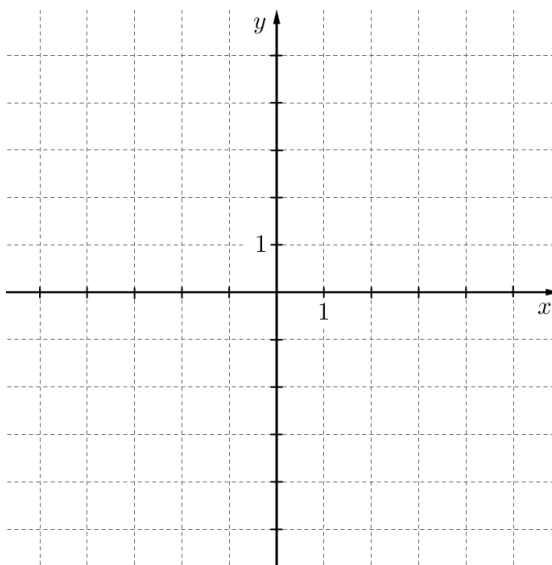


	2 pont	
$E$ ismerősei:	1 pont	

5. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
- A: Ha egy pozitív egész szám osztója 24-nek, akkor osztója 12-nek is.
- B: Ha egy pozitív egész szám osztható 12-vel, akkor osztható 6-tal is.
- C: Ha egy pozitív egész szám osztható 2-vel és 4-gyel, akkor osztható 8-cal is.

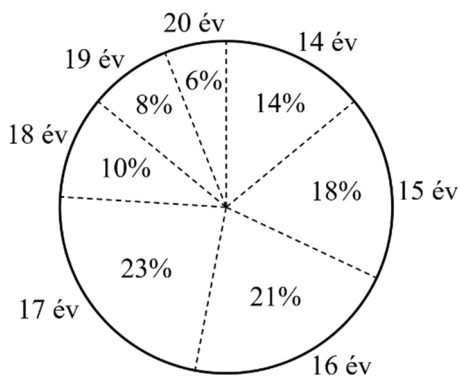
A:	2 pont	
B:		
C:		

6. Ábrázolja a  $[-1; 2]$  intervallumon értelmezett  $x \mapsto (x-1)^2$  függvényt!



3 pont	
--------	--

7. Egy több száz fős gimnázium diákjai életkorának eloszlását mutatja az alábbi kördiagram. Állapítsa meg a diákok életkorának terjedelmét, móduszát és mediánját!



Terjedelem:      év	1 pont	
Módusz:          év	1 pont	
Medián:         év	1 pont	

8. Hány olyan egész szám van, amelynek az abszolút értéke kisebb 6-nál?

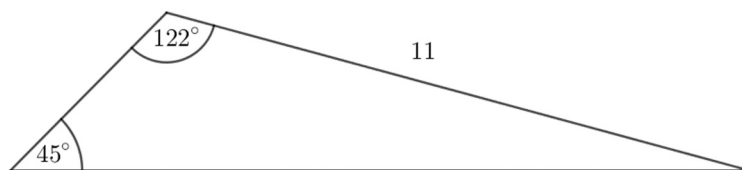
	2 pont	
--	--------	--

9. Tudjuk, hogy az  $\frac{5}{7} = 0,714285$  végtelen szakaszos tizedes tört.

Adja meg a tizedesvessző utáni századik számjegyet! Válaszát indokolja!

	2 pont	
A kért számjegy:	1 pont	

10. Egy háromszög 11 cm hosszú oldalával szemközi szöge  $45^\circ$ -os. Ennek a háromszögnek van egy  $122^\circ$ -os szöge is.  
Hány cm hosszú a háromszög  $122^\circ$ -os szögével szemközi oldala? Válaszát indokolja!



	2 pont	
Az oldal hossza                      cm.	1 pont	

11. Egy mértani sorozat első tagja  $\frac{1}{2}$ , második tagja 3. Határozza meg a sorozat harmadik tagját!

A sorozat harmadik tagja:	2 pont	
---------------------------	--------	--

12. Egy szabályos dobókockával háromszor dobunk, majd a dobott számokat (a dobások sorrendjében) balról jobbra egymás mellé írjuk. Így egy háromjegyű számot kapunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kapott háromjegyű szám 500-nál nagyobb lesz? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A valószínűség:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	3	
	11. feladat	2	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2020. május 5. 9:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

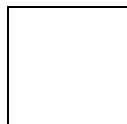
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\log$  és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

## A

**13. a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = 2$$

Legyenek  $f$ ,  $g$  és  $h$  függvények a valós számok halmazán értelmezve úgy, hogy

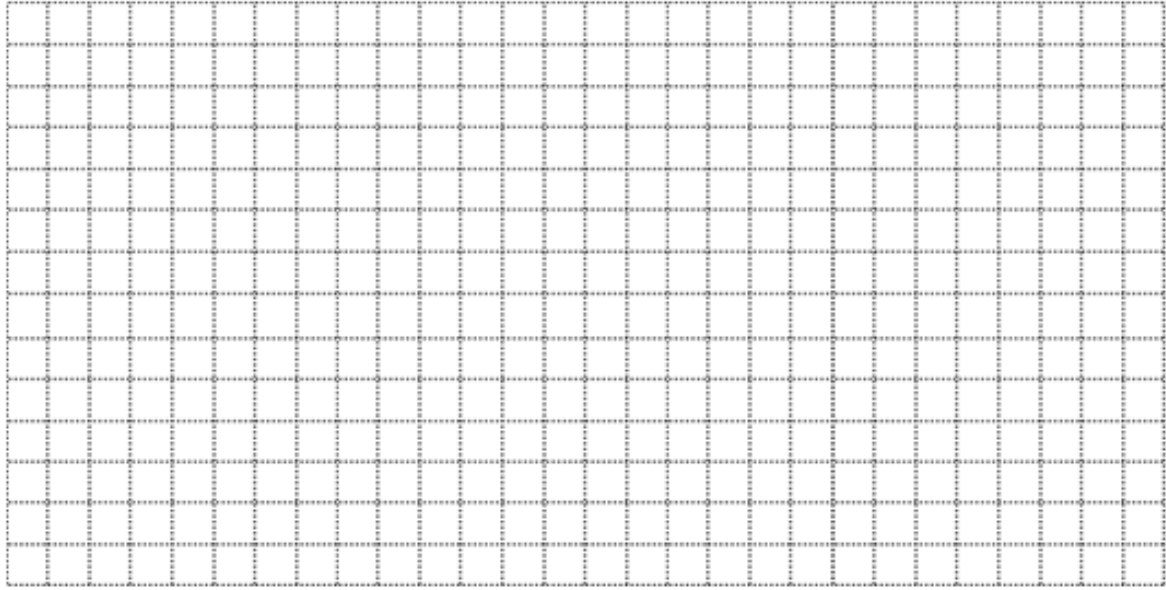
$$f(x) = x - 1, \quad g(x) = 2^x, \quad h(x) = |x| - 3.$$

**b)** Adja meg annak a függvénynek a betűjelét, amely a  $(-2)$ -höz  $(-1)$ -et rendel!

**c)** Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén!

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van minimuma
$f$			
$g$			
$h$			

<b>a)</b>	6 pont	
<b>b)</b>	2 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	13 pont	



- 14.** A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenyszámának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az  $\times$  az érvénytelen dobást jelzi.

Név (ország)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams <i>Új-Zéland</i>	19,79	20,42	19,80	$\times$	$\times$	20,39		
Michelle Carter <i>Egyesült Államok</i>	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63		
Kung Li-csiao <i>Kína</i>	18,98		19,18	$\times$	$\times$	$\times$	19,39	
Márton Anita <i>Magyarország</i>	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87		
Raven Saunders <i>Egyesült Államok</i>	18,88	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	19,35		

- a) Töltse ki a táblázat tíz üres mezőjét!
- b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását!

A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel: „*A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vasból vagy sárgarézből készült, gömb alakú, tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm.*”

- c) Hány centiméter a sárgarézből készülő 4 kg-os golyó átmérője, ha  $1 \text{ cm}^3$  sárgaréz tömege 8,73 gramm?

<b>a)</b>	3 pont	
<b>b)</b>	3 pont	
<b>c)</b>	6 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	



- 15.** Egy textilgyár felmérést készített, hogy a vásárlói igényeknek megfelelő arányban gyártassa le törölközőit. Megkérdeztek 500 járókelőt arról, hogy négy lehetséges szín közül melyik színben vásárolnának legszívesebben ilyen törölközőt. Az alábbi táblázatban látható a felmérés eredménye.

	kék	sárga	piros	zöld
válaszok száma	176	153	124	47

A gyár a válaszoknak megfelelő arányban határozta meg az egyes színekből készülő törölközők darabszámát.

- a)** Számítsa ki, hogy hány kék, sárga, piros, illetve zöld törölközőt gyártottak, ha összesen 10 000 darab készült! A darabszámokat százasokra kerekítve adja meg!

Négy kék, két sárga és egy piros törölköző közül (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

- b)** Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét törölköző sárga lesz?

A textilgyárban dolgozók között tavaly háromszor annyi nő volt, mint férfi. Idén felvettek még 70 nőt és 6 férfit, így már négyszer annyi nő dolgozik a gyárban, mint férfi.

- c)** Hány nő és hány férfi dolgozója van a gyárnak idén?

<b>a)</b>	3 pont	
<b>b)</b>	3 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	11 pont	





## B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

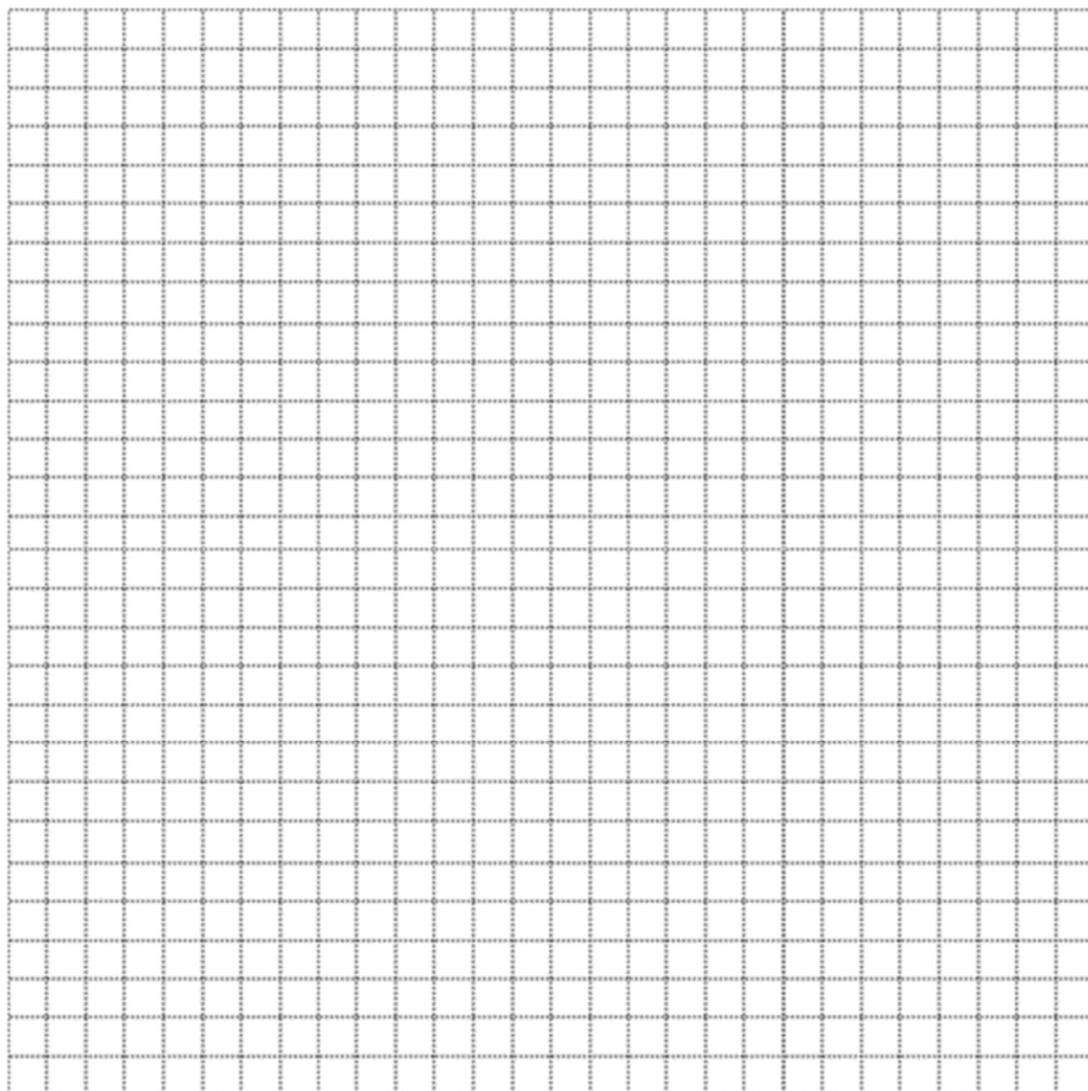
**16.** Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben  $A(-8; -12)$ ,  $B(8; 0)$  és  $C(-1; 12)$ .  
Az  $A$  pontnak a  $B$  pontra vonatkozó tükörképe a  $D$  pont.

- a) Számítsa ki a  $D$  pont koordinátáit!
- b) Írja fel az  $ABC$  háromszög  $B$  csúcsán áthaladó magasságvonalának egyenletét!
- c) Igazolja, hogy az  $ABC$  háromszög  $B$  csúcsánál derékszög van!

Az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokat szeretnénk a kék, zöld és sárga színekkel színeznünk úgy, hogy mindhárom pontot színezzük valamelyik színnel, de egy színezésen belül nem használjuk fel mindhárom színt.

- d) Hány különböző színezés lehetséges ezekkel a feltételekkel?

<b>a)</b>	3 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	4 pont	
<b>d)</b>	6 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

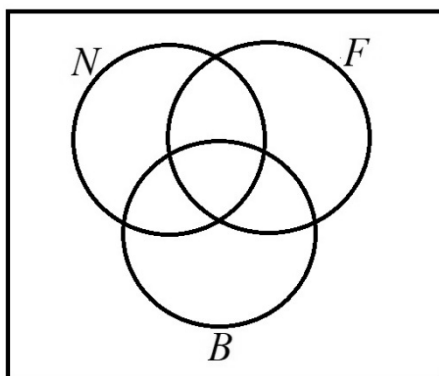
17. Egy erdőszetben azt tervezték, hogy 30 nap alatt összesen 3000 fát ültetnek el úgy, hogy a második naptól kezdve minden nap 2-vel több fát ültetnek el, mint az azt megelőző napon.

- a) Hány fát kellett elültetni az első napon, és hány fát kellett elültetni a 30. napon a terv teljesítéséhez?

A telepítés után egy évvel három szempontból vizsgálják meg a telepített fák állapotát. Ha valamelyik nem fejlődik megfelelően, akkor az  $N$  jelet kapja. Ha fertőző betegség tünetei mutatkoznak rajta, akkor a  $B$  jelet, ha pedig valamilyen fizikai kár érte (pl. a szél megrongálta), akkor az  $F$  jelet kapja. Egy fa több jelet is kaphat.

Az összes jelölés elvégzése és összesítése után kiderült, hogy a telepített 3000 fa közül  $N$  jelet 45,  $B$  jelet 30,  $F$  jelet 20 fa kapott. Ezekben belül  $N$  és  $B$  jelet 21,  $N$  és  $F$  jelet 13,  $B$  és  $F$  jelet 4 fának adtak. 2 olyan fa van, amely mindhárom jelet megkapta.

- b) Töltse ki az alábbi halmazábrát a megfelelő adatokkal!  
Állapítsa meg, hogy hány olyan fa van a telepítettek között, amelyek nem kaptak semmilyen jelet!



Egy erdő faállománya az elmúlt időszakban évről évre 3%-kal növekedett. A faállomány most  $10\,000\text{ m}^3$ .

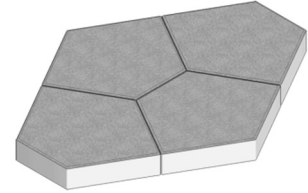
- c) Hány év múlva éri el az erdő faállománya a  $16\,000\text{ m}^3$ -t, ha az továbbra is évről évre 3%-kal növekszik?

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	

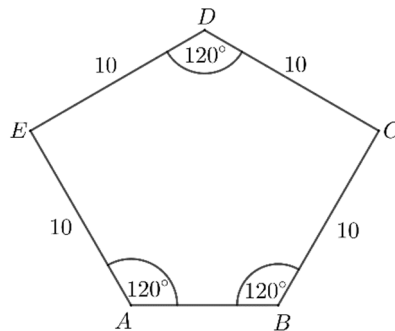


**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy sétálóutca díszburkolatát ötszög alapú egyenes hasáb alakú kövekkel készítik el. (Az ábrán négy ilyen követ lehet látni a burkolaton megfigyelhető elrendezésben.)



A kő alapját képező  $ABCDE$  ötszög tengelyesen szimmetrikus (egy, a  $D$  csúcson átmenő egyenesre), négy oldala 10 cm hosszú, három szöge  $120^\circ$ -os, az ábrának megfelelően.



- a) Számítással igazolja, hogy az  $AED$  és a  $BCD$  háromszög derékszögű!
- b) Számítsa ki az  $ABCDE$  ötszög területét!

Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolna le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.

- c) Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak?

Ezt a követ szürke és sárga színben árulják a kereskedésben. A dobozokon matrica jelzi a dobozban lévő kövek színét. Átlagosan minden századik dobozon rossz a matrica: szürke helyett sárga vagy fordítva. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy 0,01 annak a valószínűsége, hogy rossz matrica került a dobozra.)

Péter kiválaszt 21 szürke jelzésű dobozt, és ellenőrzi a dobozokban lévő kövek színét.

- d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 21 kiválasztott doboz közül legalább 20 dobozban valóban szürke kő van?

a)	2 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	13		
	14.	12		
	15.	11		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	<b>ÖSSZESEN</b>	<b>70</b>		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző