

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. október 14.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. október 14. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

	2 pont	
--	--------	--

2. Az alábbi egyenletben $a = 11$, $b = 5$ és $c = 2$. Számítsa ki t értékét!

$$a = b + c \cdot t$$

$t =$	2 pont	
-------	--------	--

3. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- I. Ha két rombusz területe egyenlő, akkor a két rombusz egybevágó.
- II. Ha egy paralelogramma átlói egyenlő hosszúak, akkor ez a paralelogramma egy téglalap.
- III. Ha két vektor párhuzamos és egyenlő hosszú, akkor a két vektor egyenlő.

I. II. III.	2 pont	
-------------------	--------	--

4. Hány éle van annak a hétpontú gráfnak, amelyben minden pont fokszáma 4?

Az élek száma:	2 pont	
----------------	--------	--

5. Az alábbi kifejezések közül válassza ki azt, amelyik minden pozitív b érték esetén egyenlő a $b^{\frac{2}{3}}$ kifejezéssel!

A: $\frac{2}{3}b$

B: $b^{-\frac{3}{2}}$

C: $\sqrt[3]{b^2}$

D: $\frac{b^2}{b^3}$

	2 pont	
--	--------	--

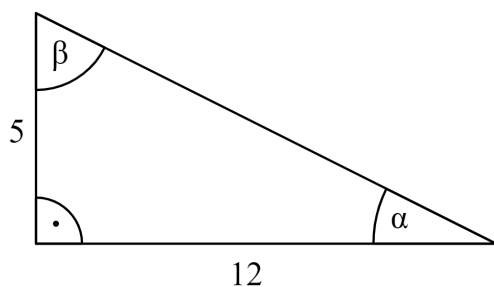
6. Négyen várnak az osztályterem előtt: az osztályfőnök és három diákja. Hányféle sorrendben léphetnek be egymás után a terembe, ha az osztályfőnök elsőként vagy utolsóként lép be?

	2 pont	
--	--------	--

7. Adottak a következő halmazok: $A = \{1; 2; 3; 5; 7\}$, $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$, $C = \{1; 4; 9\}$.
Elemi felsorolásával adja meg az $A \cup B$ és az $(A \cap B) \setminus C$ halmaz elemeit!

$A \cup B =$	1 pont	
$(A \cap B) \setminus C =$	2 pont	

8. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 5 cm és 12 cm.
Mekkorák a háromszög hegyesszögei? Megoldását részletezze!



	1 pont	
$\alpha =$	1 pont	
$\beta =$	1 pont	

9. Egy a valós számok halmazán értelmezett függvény minden számhoz hozzárendeli a szám kétszeresénél hárommal nagyobb számot. Melyik számot rendeli ez a függvény a 7-hez?

	2 pont	
--	--------	--

10. Egy forgáskúp alapkörének sugara 3 cm, magassága 4 cm. Számítsa ki a kúp felszínét! Megoldását részletezze!

	2 pont	
A felszín: cm^2 .	1 pont	

11. Számítsa ki a 0, 1, 1, 2, 3, 5 számok átlagát és szórását!

Az átlag:	1 pont	
A szórás:	2 pont	

- 12.** Két szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két dobott szám összege osztható 6-tal! Megoldását részletezze!

	3 pont	
	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	3	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	4	
ÖSSZESEN		30	

dátum

javító tanár

		pontszáma egész számra kerekítve	
		elért	programba beírt
I. rész			

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. október 14.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. október 14. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Név: osztály:.....

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszerkesztések bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett szerkesztések indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

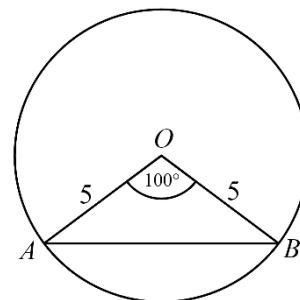
- 13.** **a)** Egy **számtani** sorozat második tagja 7, negyedik tagja 13. Határozza meg a sorozat tizedik tagját és a sorozat első tíz tagjának az összegét!
- b)** Egy **mértani** sorozat második tagja 6, ötödik tagja -162 . Határozza meg a sorozat tizedik tagját és a sorozat első tíz tagjának az összegét!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

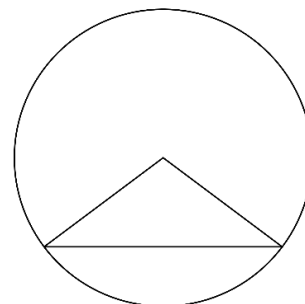
Név: osztály:.....

- 14.** Az O középpontú, 5 cm sugarú körbe olyan AB húst rajzoltunk, amelyhez tartozó középponti szög 100 fokos.

- a) Számítsa ki az AB húr hosszát!
- b) Számítsa ki az OAB háromszög területét!
- c) Számítsa ki a 100 fokos középponti szöghöz tartozó AB körív hosszát!



A jobb oldali ábrán látható körlap három tartományát a piros, a sárga, illetve a zöld színekkel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy két vagy három színt használunk fel a színezéshez. (Egy tartományt egy színnel színezünk ki, szomszédos tartományok azonos színűek is lehetnek.)



- d) Hányféleképpen színezhető ki a feltételeknek megfelelően az ábra?

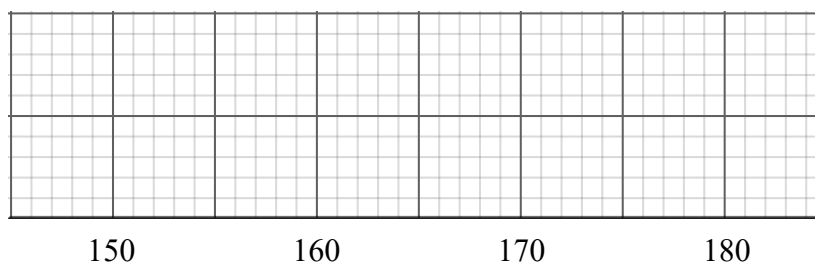
a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	2 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	11 pont	

Név: osztály:.....

- 15.** A 11.b osztályba 14 lány jár, magasságuk centiméterben mérve és nagyság szerint sorba rendezve: 153, 156, 160, 162, 162, 164, 167, 169, 169, 172, 174, 174, 175, 177.

- a) Töltse ki a táblázatot az adatoknak megfelelően, és ábrázolja a lányok magasságának eloszlását dobozdiagramon!

minimum	cm
alsó kvartilis	cm
medián	cm
felső kvartilis	cm
maximum	cm



A 11.b osztályba járó lányok közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott lány magasabb, a másik pedig alacsonyabb 170 cm-nél!

A 11.b osztályba összesen 28-an járnak, a tanulók átlagmagassága 172,75 cm. Érkezik az osztályba egy új tanuló, aki 180 cm magas.

- c) Hány centiméter az osztály tanulóinak átlagmagassága az új tanuló megérkezése után?

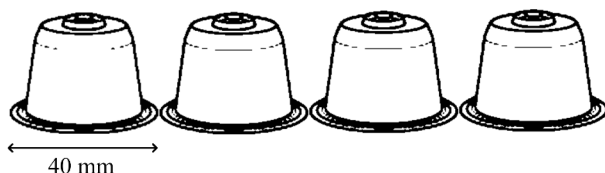
a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

Név: osztály:.....

B

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Az emberiség évente körülbelül 56 milliárd kávékapszulát használ el. Egy környezetvédelemmel foglalkozó honlapon¹ az az állítás olvasható, hogy 56 milliárd darab kapszulát egymás mellé sorba állítva a kapszulák lánc 57-szer olyan hosszú lenne, mint az Egyenlítő.



- a)** Tételezzük fel, hogy egy darab kávékapszula szélessége 40 mm. Számítással igazolja, hogy ekkor a honlapon olvasható állítás jó közelítéssel igaz! (A közelítést akkor tekintjük jónak, ha a kapott érték 55 és 59 közé esik. Az Egyenlítőt tekintsük egy 6370 km sugarú körnek.)

Az egyik népszerű kávékapszula belseje jó közelítéssel tekinthető egy olyan csonkakúp-nak, melynek méretei a következők: alapkörének átmérője 28 mm, fedőkörének átmérője 24 mm, alkotója pedig szintén 28 mm hosszú.

- b)** Mennyi kávé fér egy ilyen kapszulába?
Válaszát köbcentiméterben, egészre kerekítve adja meg!

Egy másik kávékapszula belseje jó közelítéssel félgömb alakú, űrtartalma 10 milliliter.



- c)** Számítsa ki a félgömb sugarát!

Egy gépsoron az elkészült kapszuláknak körülbelül az ezredrésze selejtes. (Ezt tekintsük úgy, hogy 0,001 annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott kapszula selejtes.)

- d)** Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 100 véletlenszerűen kiválasztott kapszula között nem lesz selejtes!

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

¹ <https://www.greenmatch.co.uk/is-coffee-pods-and-capsules-bad-for-environment> (letöltés ideje: 2025.09.09.)

Név: osztály:.....

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** Egy szemüvegeket árusító bolt egy akció során a szemüvegkeretek árából annyi százalék kedvezményt ad, ahány éves a vásárló.

- a) Mennyit fizet egy 30 000 Ft-os szemüvegkeretért egy 37 éves vásárló az akció során?
- b) Hány éves az a vásárló, aki az akció során egy 30 000 Ft-os szemüvegkeretért 16 500 Ft-ot fizet?

Péter nagymamája háromszor annyi éves, mint Péter. Ha mindketten egy-egy 30 000 Ft-os szemüvegkeretet vásárolnának meg az akció során, akkor Péter háromszor annyit fizetne a keretért, mint a nagymamája.

- c) Hány éves Péter, és hány éves a nagymamája?

Egy 32 fős végzős osztályba járó fiúk és lányok számának aránya 5 : 3. Az osztály tanulói közül 11-en szemüvegesek, köztük 7 fiú. A matematikaérettségi napján az összes tanuló között 3 olyan van, aki nem töltötte be a 18. életévét, mindhárman lányok, egyikük szemüveges.

- d) Hány olyan lány jár az osztályba, aki nem szemüveges és betöltötte a 18. életévét?

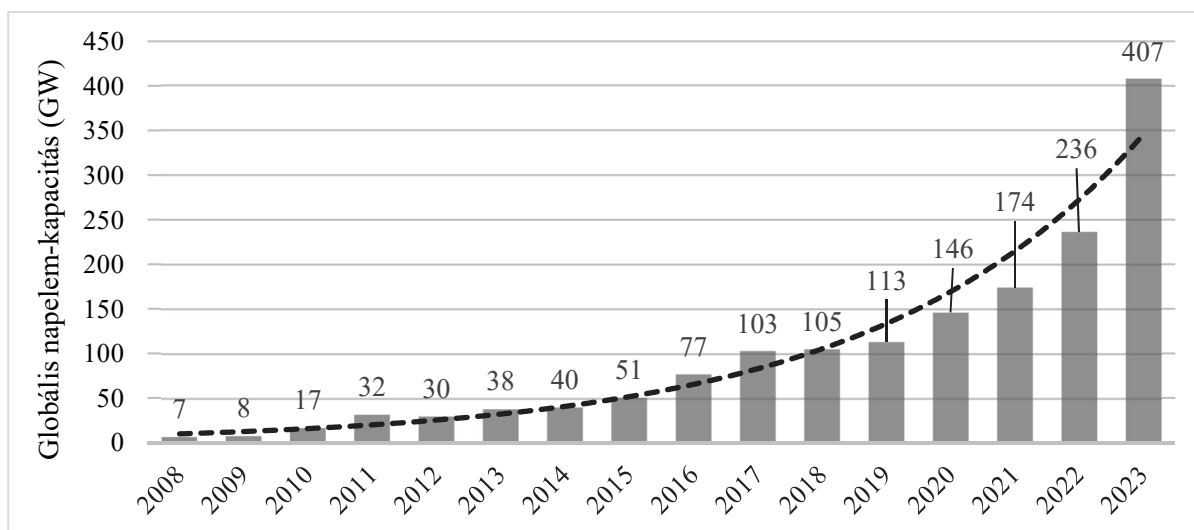
a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

Név: osztály:.....

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Anna a globális napelem-kapacitás alakulásával kapcsolatos projektmunkájában a 2008 és 2023 közötti időszakot tanulmányozta.² Az erre az időszakra vonatkozó adatokat beírta egy táblázatkezelő programba, amely az adatokra exponenciális függvénygörbét (ügynevezett trendvonalat) is illesztett, melynek egyenlete: $y = 7,67 \cdot 1,27^x$.

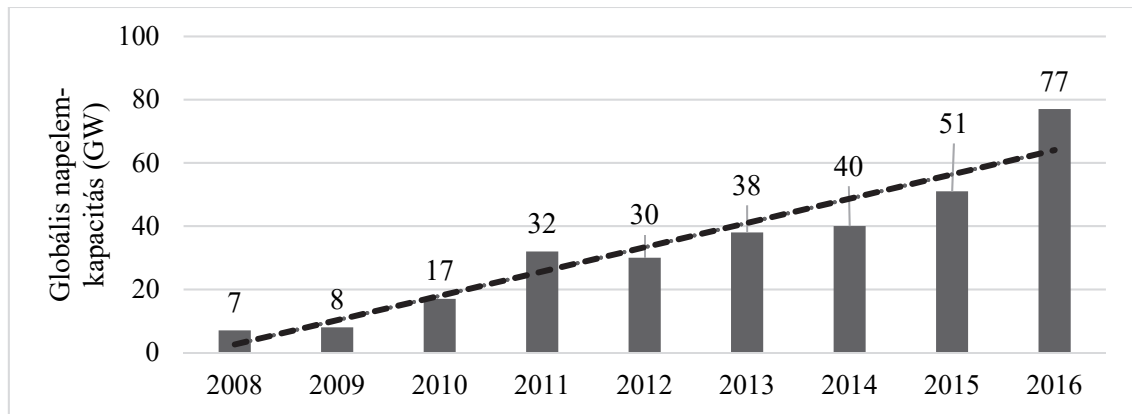
Ebben a képletben x a **2007 óta** eltelt évek számát, y pedig a gigawattban (GW) megadott globális napelem-kapacitást jelöli. (A globális napelem-kapacitás a Földön üzemben lévő napelemek összteljesítményét jelenti.) Az Anna által talált éves adatokat és az azokra illesztett exponenciális görbét (trendvonalat) mutatja az alábbi ábra.



- Számítsa ki, hogy az adatokra illesztett görbe megadott egyenletéből kiszámítható 2020-as érték mennyivel tér el a grafikonon megadott 2020-as adattól!
- A görbe egyenletéből számítva évente hány százalékkal nőtt 2008 és 2023 között a globális napelem-kapacitás?
- A görbe egyenlete alapján melyik évben érné el a globális napelem-kapacitás a 3000 gigawattot?

² <https://iea-pvps.org/wp-content/uploads/2024/04/Snapshot-of-Global-PV-Markets-1.pdf>
(letöltés ideje: 2025.09.09.)

2008 és 2016 között a kapacitás növekedése még mérsékeltebb volt. Ebben az időszakban az adatokra a táblázatkezelő program által illesztett közelítő lineáris összefüggés: $y = 7,7x - 5$, ahol x a **2007 óta** eltelt évek számát, y pedig a gigawattban (GW) megadott globális napelem-kapacitást jelöli. Az adatokat és az azokra illesztett lineáris trendvonalat mutatja az alábbi ábra.



- d) Hány százalékkal kevesebb a lineáris összefüggés alapján kiszámítható 2016-os érték a grafikonon megadott 2016-os adatnál?

Anna szeretné tudni, hogy az első (2008) és a kilencedik (2016) év adataira illeszthető egyenes egyenlete mennyire hasonlít a program által megadott lineáris összefüggésre.

- e) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik az (1; 7) és (9; 77) pontokra!

a)	3 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
d)	4 pont	
e)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	11		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző