

Kombinatorika feladatok a középszintű matematika érettségi II. részében

A feladatok megoldásait a feladat sorszáma kattintva találod meg.

261 | 2026. május 17./e

Egy labdarúgó-mérkőzésen egy csapatban 11 kezdőjátékos van, és mérkőzés közben legfeljebb 5 játékost lehet közülük lecserélni. (A lecserélt játékosok száma tehát 0, 1, 2, 3, 4 vagy 5 lehet.)

Hányféleképpen választhatók ki a 11 kezdőjátékos közül a lecserélt játékosok? (Két kiválasztás különböző, ha az egyikben van olyan lecserélt játékos, aki a másikban nem szerepel.)

[3 pont]

251 | 2025. május 17./a

Több mint 60 éves Magyarország egyik kedvelt desszertje, a csokoládéval bevont túrórúd. Az egyik automatába 300 Ft-ot kell bedobni, ha egy ilyen terméket vásárolunk. A gép csak 100 Ft-os és 50 Ft-os érméket fogad el.

Hányféleképpen lehet ilyen érmékből 300 Ft-ot bedobni az automatába, ha a bedobás sorrendje is számít? (Az azonos címletű érméket nem különböztetjük meg egymástól.)

[6 pont]

252 | 2025. május 18./d

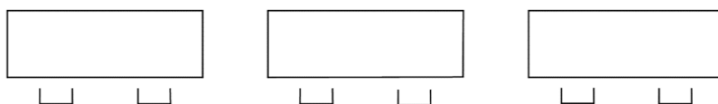
Egy ötfős hegymászócsapat indul a csúcs felé. A csapat tagjai között van Ágnes és László.

Hányféle sorrendben haladhatnak öten egymás után, ha Ágnes és László (valamilyen sorrendben) közvetlenül egymás után haladnak?

[4 pont]

253 | 2025. május idegen nyelvi 16./d

A tanteremben három egymás melletti kétszemélyes padba leül Anna, Balázs, Csaba, Dóra, Eszter és Fülöp.

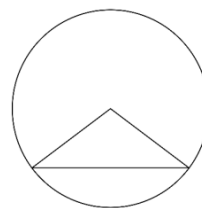


Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha Eszter és Csaba valamelyik padban egymás mellett ül? (Két eset különböző, ha van olyan diák, aki másik helyen ül a két ülésrendben.)

[4 pont]

254 | 2025. október 14./d

A jobb oldali ábrán látható körlap három tartományát a piros, a sárga, illetve a zöld színekkel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy két vagy három színt használunk fel a színezéshez. (Egy tartományt egy színnel színezünk ki, szomszédos tartományok azonos színűek is lehetnek.)



Hányféleképpen színezhető ki a feltételeknek megfelelően az ábra?

[5 pont]

241 | 2024. május 16./a

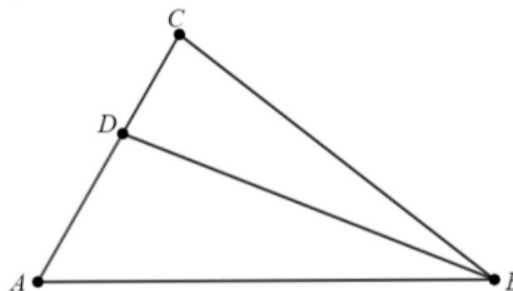
Péter matematikatanára az érettségire való felkészülés közben az egyik hétvégére – szorgalmi feladatként – négy függvény ábrázolását tűzte ki a diákoknak. Péter azt tervezi, hogy ezek közül legalább kettőt meg fog csinálni.

Hányféleképpen választhat ki Péter a négy függvény közül legalább kettőt? (Két kiválasztást különbözőnek tekintünk, ha van legalább egy olyan függvény, amelyik az egyik kiválasztásban szerepel, a másikban pedig nem.)

[5 pont]

242 | 2024. május idegen nyelvi 17./c

Az ábrán négy település (A, B, C és D), valamint az ezeket összekötő utak hálózata látható. Az utak állapotát ellenőrző autó vezetője szeretné mind az öt utat bejárni úgy, hogy minden összekötő úton pontosan egyszer halad végig. Egy lehetséges bejárási terv például: DABDCB.



Hány olyan különböző bejárási terv készíthető, amely a B pontból indul? (Két bejárási terv különböző, ha az egyikben legalább egy település más helyen szerepel, mint a másikban.)

[4 pont]

243 | 2024. május idegen nyelvi 18./b

Az egyik alkalommal nyolc tanuló vett részt a kerámiaszakkörön. A szakkört egy olyan teremben tartották, ahol összesen 16 hely volt nyolc darab kétszemélyes padban. A tanár a szakkör elején azt kérte a diákoktól, hogy minden padba egy ember üljön, a két hely bármelyikére.

Hányféleképpen ülhetek le a diákok a tanár kérésének megfelelően? (Két ülésrendet különbözőnek tekintünk, ha legalább egy diák másik helyen ül a két esetben.)

[4 pont]

244 | 2024. október 17./b

A 2022-es katari futballvilágbajnokságon 32 csapat vett részt. A 32 csapatot 8 csoportba osztották, minden csoportba 4 csapat került. A csoportkörös mérkőzések során egy csoporton belül minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszott. A győzelemért 3 pont, a döntetlenért mindkét csapatnak 1-1 pont, a vereségért 0 pont járt. Az egyik csoportban a táblázatban látható pontszámok alakultak ki a csoportkörös mérkőzések végén.

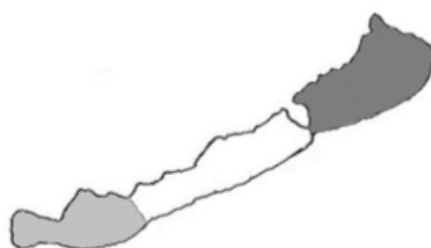
Helyezés	Pontszám
1.	7
2.	5
3.	4
4.	0

Hány mérkőzés végződött döntetlenre ebben a csoportban a csoportkör során?

[4 pont]

245 | 2024. október 18./b

Viharjelzés szempontjából a Balatont 2012 óta három medencére osztották: nyugati, középső és keleti medencére. Az egyes medencékben ki lehet adni egymástól eltérő fokozatú viharjelzéseket (egy medencén belül minden viharjelző berendezés azonos jelzést ad), de szomszédos medencékben legfeljebb egy fokozattal térhetnek el egymástól a kiadott viharjelzések.



Hányféleképpen adható ki viharjelzés a teljes Balatonra vonatkozóan a fenti szabályoknak megfelelően? (Egy ilyen például, ha a nyugati medencében a rendszer alapon van, a középső és keleti medencében pedig elsőfokú a viharjelzés. Két kiadott viharjelzést különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik medencében eltér a viharjelzési fokozat a két esetben.)

[5 pont]

231 | 2023. május 16./e

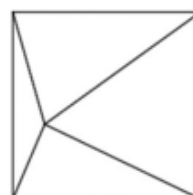
Az érettségi elnök a javítások átnézése céljából a fenti 24 matematikadolgozat közül kiválaszt nyolcat úgy, hogy 2-esből, 3-asból, 4-esből és 5-ösből is pontosan kettő szerepeljen a kiválasztottak között.

Hányféleképpen választhat ki ilyen módon nyolc dolgot?

[4 pont]

232 | 2023. május idegen nyelvi 15./b

Jelöljük ki egy négyzetnek egy belső pontját, és a pontot kössük össze a négyzet csúcaival az ábrán látható módon. A keletkező háromszögek belsejét kiszínezzük kék, zöld vagy sárga színnel. Mindhárom színt felhasználjuk, és minden háromszöget csak egy színnel színezzük. Az oldalukkal egymáshoz csatlakozó háromszögek nem lehetnek azonos színűek.

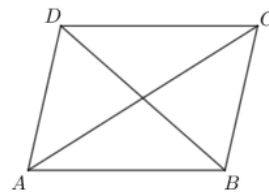


Hányféleképpen színezhető ki a négyzet a feltételeknek megfelelően?

[4 pont]

233 | 2023. október 14./d

Az ABCD paralelogrammát a két átlója négy tartományra osztja. Ezeket kiszínezzük pirosra, sárgára vagy kékre úgy, hogy minden színt legalább egy tartomány kiszínezéséhez felhasználunk, és oldalszomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek. (Minden tartományt egy színnel színezzük ki.)



Hányféleképpen színezhető ki a feltételeknek megfelelően a paralelogramma? (Két színezést különbözónak tekintünk, ha van olyan tartomány, amelyik a két színezésben eltérő színű.)

[4 pont]

234 | 2023. október 17./a

Egy gyorsvonat (a mozdony mögött) öt másodosztályú személykocsiból, egy kerékpárszállító kocsiból, valamint egy étkezőkocsiból áll.

Hányféle sorrendben állíthatják össze a hét kocsit, ha a másodosztályú személykocsikat nem különböztetjük meg egymástól?

[3 pont]

221 | 2022. május 18./d

A 0, 1, 2, 4 és 9 számjegyeket felhasználva elkészítjük az összes olyan ötjegyű számot, melyek különböző számjegyekből állnak.

Hány 4-gyel osztható szám van az elkészített számok között?

[7 pont]

222 | 2022. október 15./b

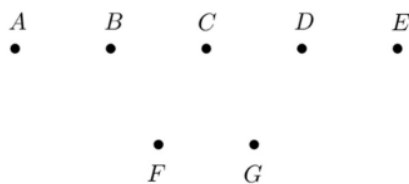
András és négy barátja: Balázs, Cili, Dóra és Endre egy ötszemélyes autóval utaznak a Balatonhoz (elöl ketten, hátul hárman ülnek). Jogosítványa csak Andrásnak és Dórának van, így csak ők vezethetik az autót.

Hányféle ülésrendben utazhat az autóval az öt fiatal, ha András mindenképpen Cili mellett ül? (Az a két ember, aki elöl ül, egymás mellett ül. Két ülésrend különböző, ha van olyan ember, aki az egyik ülésrendben máshol ül, mint a másikban.)

[5 pont]

211 | 2021. május 18./a

Az ábrán szereplő A, B, C, D és E pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az F és G pontokra illeszkedő egyenessel.



- a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely az ábrán lévő pontok közül legalább kettőre illeszkedik?

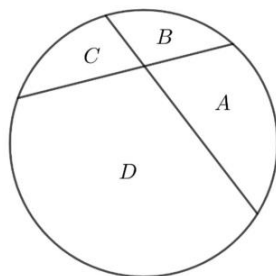
[3 pont]

- b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait az ábrán szereplő 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszöget különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

[5 pont]

212 | 2021. május idegen nyelvi 18./c

Az alábbi körlap négy tartományát szeretnénk egy-egy színnel kiszínezni úgy, hogy szomszédos tartományok ne legyenek azonos színűek. (Például az A-val jelölt tartomány szomszédos B-vel és D-vel, de nem szomszédos C-vel.) A színezéshez a piros, sárga, kék és zöld színek állnak rendelkezésünkre.



Hányféleképpen végezhetjük el a színezést, ha legalább három színt fel kell használnunk?

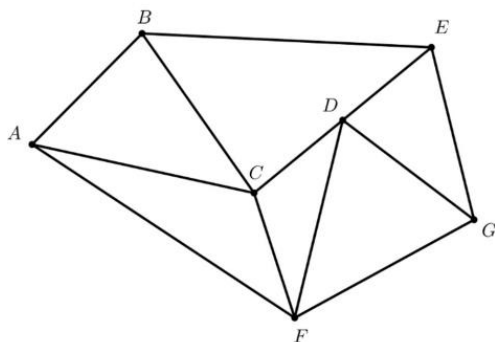
[6 pont]

201 | 2020. május 16./d

Az A, B és C pontokat szeretnénk a kék, zöld és sárga színekkel színezni úgy, hogy mindhárom pontot színezzük valamelyik színnel, de egy színezésen belül nem használjuk fel mindhárom színt.

Hány különböző színezés lehetséges ezekkel a feltételekkel?

[6 pont]



Az A pontból a G-be kell eljutnunk úgy, hogy az egyes pontok között csak a berajzolt szakaszokon mozoghatunk, és mindig csak olyan pontra léphetünk tovább, amelynek betűjele a magyar ábécében az elhagyni készült pont betűjele után helyezkedik el. (Tehát például C-ről D-re vagy F-re léphetünk, de A-ra vagy B-re nem.)

Hányféle különböző útvonalon juthatunk el ilyen módon A-ból G-be?

[6 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

Lehetséges, hogy senkit nem cserélnek le, ez 1 lehetőség.	1 pont
Ha 1 játékost cserélnek le, akkor ez a játékos 11-féleképpen választható ki.	1 pont
Ha 2 játékost cserélnek le, akkor ez a 2 játékos $\binom{11}{2} = 55$ -féleképpen választható ki. Hasonlóképpen, ha 3, 4, illetve 5 játékost cserélnek le, ezek rendre $\binom{11}{3} = 165$, $\binom{11}{4} = 330$ illetve $\binom{11}{5} = 462$ -féleképpen választhatók ki.	2 pont
Az összes lehetőség száma a fentiek összege, azaz 1024.	1 pont

251

[Vissza a feladathoz.](#)

A felhasznált érmék lehetnek: – 3 db 100 Ft-os (és 0 db 50 Ft-os), – 2 db 100 Ft-os és 2 db 50 Ft-os, – 1 db 100 Ft-os és 4 db 50 Ft-os, – (0 db 100 Ft-os és) 6 db 50 Ft-os.	1 pont
3 db 100 Ft-ossal, illetve 6 db 50 Ft-ossal is csak 1-1-féleképpen lehet fizetni.	1 pont
2 db 100 Ft-ossal és 2 db 50 Ft-ossal $\binom{4}{2} = 6$ -féleképpen lehet fizetni.	2 pont
1 db 100 Ft-ossal és 4 db 50 Ft-ossal 5-féleképpen lehet fizetni.	1 pont
Összesen $(1 + 6 + 5 + 1 =)$ 13-féleképpen dobhatunk be az automatába 300 Ft-ot.	1 pont

252

[Vissza a feladathoz.](#)

Az Ágnesből és Lászlóból álló hegymászópár és a másik három hegymászó 4!-féle sorrendben követheti egymást.	2 pont
Ágnes és László minden ilyen esetben 2-féle sorrendben haladhatnak egymás után.	1 pont
Így a lehetőségek száma $2 \cdot 4! = 48$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

253

[Vissza a feladathoz.](#)

Eszter és Csaba együtt 3 pad valamelyikéhez ülhet, minden esetben 2-féleképpen, ami 6 lehetőség.	2 pont
A többi négy diák a maradék 4 helyre $4! = 24$ -féleképpen ülhet le,	1 pont
így összesen $6 \cdot 24 = 144$ -féleképpen ülhet le a hat diák a feltételnek megfelelően.	1 pont

254

[Vissza a feladathoz.](#)

Három színnel ($3! = 6$) 6-féleképpen színezhettünk.	1 pont
Ha két színnel színezzük, akkor a két felhasznált színt 3-féleképpen választhatjuk ki (p-s, s-z, p-z).	1 pont
Ha például a pirosat és a sárgát választottuk, akkor a lehetséges színezések: p-p-s, p-s-p, s-p-p, s-s-p, s-p-s, p-s-s, azaz 6 különböző eset van.	1 pont
Azaz két színnel ($3 \cdot 6 = 18$) 18-féleképpen színezhettünk.	1 pont
Összesen ($6 + 18 = 24$) 24-féleképpen színezhető ki az ábra a feltételeknek megfelelően.	1 pont

241

[Vissza a feladathoz.](#)

Kettő, három vagy négy függvényt választhat ki Péter a négyből.	1 pont
Kettőt $\binom{4}{2} = 6$ -féleképpen,	1 pont
hármát 4-féleképpen,	1 pont
négyet 1-féleképpen választhat ki.	1 pont
Összesen tehát $6 + 4 + 1 = 11$ -féleképpen választhat ki Péter legalább 2 függvényt.	1 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

A lehetséges bejárési tervek: BCDBAD; BCDABD; BDCBAD; BDABCD; BADBCD; BADCBD.	3 pont
Összesen tehát 6 megfelelő bejárési terv létezik.	1 pont

243

[Vissza a feladathoz.](#)

Az első tanuló 16 helyre ülhet, a következő tanuló nem ülhet mellé, így ő 14 helyre ülhet, és így tovább.	1 pont
Az összes lehetséges ülésrend száma így $16 \cdot 14 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 2 =$	2 pont
$= 10\,321\,920$.	1 pont

244

[Vissza a feladathoz.](#)

Minden csapat három mérkőzést játszott a csoportkörben.	1 pont
Amelyik csapat 7 pontot szerzett, az biztosan (kétszer nyert, és) egyszer játszott döntetlen. Amelyik 5 pontot szerzett, az biztosan (egyszer nyert, és) kétszer játszott döntetlen. Amelyik 4 pontot szerzett, az biztosan (egyszer nyert, egyszer veszített, és) egyszer játszott döntetlen. (Amelyik csapat 0 pontot szerzett, az háromszor kikapott.)	2 pont
Tehát (a 4 döntetlen csapateredmény miatt) a mérkőzések közül kettő végződött döntetlenre.	1 pont

245

[Vissza a feladathoz.](#)

Ha a középső medencében elsőfokú jelzés van, akkor a két szélsőben bármilyen jelzés lehet.	1 pont
Ez $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség.	1 pont
Ha a középső medencében alap- vagy másodfokú jelzés van, akkor a két szélsőben kétféle lehet.	1 pont
Ez $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ lehetőség.	1 pont
Összesen $(9 + 8 =)$ 17-féle viharjelzés adható ki a Balaton egészére vonatkozóan.	1 pont

231

[Vissza a feladathoz.](#)

A két kettes osztályzatú dolgozatot mindenképpen kiválasztja.	1 pont
A többi osztályzat esetében $\binom{9}{2} = 36$, $\binom{6}{2} = 15$, illetve $\binom{7}{2} = 21$ lehetőség van.	2 pont
A megfelelő kiválasztások száma: $36 \cdot 15 \cdot 21 = 11\,340$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

232

[Vissza a feladathoz.](#)

Az egyik háromszöget színezzük például kékre. Ekkor a mellette lévő két háromszöget vagy két ugyanolyan színnel (sárga-sárga, zöld-zöld), vagy két különbözővel színezhettük ki (sárga-zöld, zöld-sárga).	1 pont
Mind a négy esetben csak egyféleképpen (rendre: zöld, sárga, kék, kék) színezhettük ki a negyedik háromszöget.	1 pont
Az első háromszöget három különböző színnel színezhettük ki.	1 pont
Így összesen $4 \cdot 3 = 12$ -féleképpen színezhető ki a négyzet a feltételeknek megfelelően.	1 pont

233

[Vissza a feladathoz.](#)

Az egyik színt kétszer kell használnunk. Ezt a színt 3-féleképpen választhatjuk ki.	1 pont
Ezzel a színnel két szemközti tartományt kell kiszíneznünk. Ezt a két tartományt 2-féleképpen választhatjuk ki.	1 pont
A maradék két tartományt a maradék két színnel 2-féleképpen színezhettük ki.	1 pont
Így $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ megfelelő színezési lehetőség van.	1 pont

234

[Vissza a feladathoz.](#)

A kerékpárszállító kocsi helyét 7-féleképpen,	1 pont
az étkezőkocsi helyét ezután 6-féleképpen választhatjuk ki (a másodosztályú kocsik helye ezután adott),	1 pont
ezért $7 \cdot 6 = 42$ -féle sorrendben állítható össze a hét kocsi.	1 pont

221

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy ötjegyű szám pontosan akkor osztható 4-gyel, ha az utolsó két számjegyből álló szám osztható 4-gyel.	1 pont
A megadott számjegyekből alkotható „kétjegyű”, 4-gyel osztható számok: 04, 12, 20, 24, 40 és 92.	2 pont
A 04, 20 és 40 végződés esetén az első három helyiértéken $3! = 6$ -féle számhármassal állhat.	1 pont
A 12, 24 és 92 végződés esetén a 0 nem állhat az első helyiértéken, így az első három helyiértéken $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ -féle számhármassal állhat.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A feltételeknek megfelelő ötjegyű számok száma: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 30$.	2 pont
--	--------

222

[Vissza a feladathoz.](#)

Ha András vezet, akkor Cili mellette ül, és hátul a többiek $3! = 6$ -féleképpen ülhetnek.	1 pont
Ha Dóra vezet, akkor (a megadott feltétel miatt) András, Cili és a harmadik ember hátul 4-féleképpen ülhet. (A lehetőségek: $_AC$, $_CA$, $AC_$, $CA_$.)	1 pont
Bármelyik esetben a fennmaradó két helyen Balázs és Endre 2-féleképpen ülhet,	1 pont
ez így $(4 \cdot 2 =)$ 8 lehetőség.	1 pont
Összesen tehát $(6 + 8 =)$ 14-féle ülésrendben utazhatnak az autóval.	1 pont

211

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
$5 \cdot 2 = 10$ olyan egyenes van, amely illeszkedik az A, B, C, D, E pontok valamelyikére, illetve az F, G pontok valamelyikére.	2 pont
Az A, B, C, D, E pontokra, valamint az F és G pontokra is illeszkedik 1-1 egyenes, összesen tehát 12 megfelelő egyenes van.	1 pont
b)	
A három kiválasztott pont akkor alkot háromszöget, ha nem esnek egy egyenesre. (Az A, B, C, D, E pontok közül vagy 2-t választunk, vagy 1-et.)	1 pont
Az A, B, C, D, E pontok közül 2-t $\binom{5}{2} = 10$ -féleképpen választhatunk ki,	1 pont
és ezekhez a harmadik csúcsot 2-féleképpen (F és G közül) választhatjuk ki. Ebben az esetben tehát 20 különböző háromszög van.	1 pont
Az A, B, C, D, E pontok közül 1-et 5-féleképpen választhatunk ki, és ezt kötjük össze F-fel és G-vel. Ebben az esetben tehát 5 különböző háromszög van.	1 pont
Így összesen $20 + 5 = 25$ háromszög létezik.	1 pont

212

[Vissza a feladathoz.](#)

Ha négy színnel színezzük, akkor $4! = 24$ lehetőségünk van.	1 pont
Ha három színnel színezzük, akkor 4-féleképpen választhatjuk ki a színeket. (Legyen például a kiválasztott három szín a piros, a sárga és a kék.)	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Az A jelű tartományt 3-féle színnel színezhethetjük, a B színezésére két szín közül választhatunk. (Legyen például az A piros és a B sárga.)	1 pont
Ekkor a C és a D tartományt 2-féleképpen színezhethetjük ki (ha a C piros, akkor a D kék; ha a C kék, akkor a D csak sárga lehet).	1 pont
Három színnel tehát $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 48$ -féleképpen színezhethetünk.	1 pont
A lehetséges színezések száma ($24 + 48 =$) 72.	1 pont

201

[Vissza a feladathoz.](#)

Ha mindhárom pontot ugyanazzal a színnel színezzük, akkor három különböző színezés lehetséges.	1 pont
Ha két színt használunk fel, akkor ezt a két színt háromféleképpen választhatjuk ki.	1 pont
Legyen a két szín például a kék és a zöld. Ezzel a két színnel a három pontot 6-féleképpen színezhethetjük ki: KKZ, KZK, ZKK, ZZK, ZKZ, KZZ.	2 pont
Így két színnel ($3 \cdot 6 =$) 18 különböző színezés létezik.	1 pont
A lehetséges színezések száma ($3 + 18 =$) 21.	1 pont

202

[Vissza a feladathoz.](#)

Az A-ból a B pontba egyféleképpen,	1 pont
a C-be és a D-be kétféleképpen juthatunk el.	1 pont
Az A-ból az E-be $1 + 2 = 3$ útvonal vezet,	1 pont
az F-be $1 + 2 + 2 = 5$ úton juthatunk el.	1 pont
A G-be D-ből, E-ből vagy F-ből tudunk eljutni,	1 pont
így összesen $2 + 3 + 5 = 10$ különböző útvonal vezet A-ból G-be.	1 pont