

Koordinátageometria feladatok
a középszintű matematika érettségi II. részében
A feladatok megoldásait a feladat sorszámaára kattintva találod meg.

261 | 2026. május 15./d

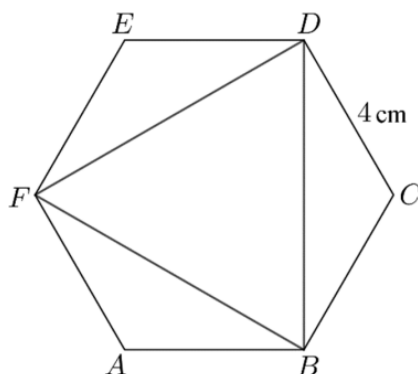
Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x - 1)^2 - 4$ függvény.

Határozza meg annak a két pontnak a távolságát, amelyek az f grafikonján helyezkednek el, és első koordinátájuk $x = 0$, illetve $x = 4$.

[4 pont]

251 | 2025. május idegen nyelvi 14./d

Az ábrán a 4 cm oldalhosszúságú $ABCDEF$ szabályos hatszög látható, amelybe berajzoltuk a BDF szabályos háromszöget.



Adja meg a következő vektorműveletek eredményét:

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FD} = \quad \quad \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} =$$

[3 pont]

252 | 2025. október 18./e

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik az (1; 7) és (9; 77) pontokra!

[4 pont]

241 | 2024. május 16./c

Írja fel a (12; 7) középpontú, 15 egység sugarú kör egyenletét, és számítsa ki a kör és az y tengely metszéspontjainak koordinátáit!

[8 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

242 | 2024. október 14./c, d

Az f függvény grafikonjára illeszkedik a $P(2; -3)$ és a $Q(6; 5)$ pont.

- c) Számítsa ki a P és a Q pont távolságát!

[2 pont]

- d) Határozza meg a P és Q pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

[4 pont]

221 | 2022. május idegen nyelvi 16./a, b, c

Adottak a koordináta-rendszerben az $A(0; 4)$, $B(1; 0)$, $C(6; 2)$ és $D(5; 6)$ pontok.

- a) Írja fel az A és B pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

[3 pont]

- b) Mutassa meg, hogy az $ABCD$ négyszög paralelogramma!

[3 pont]

- c) Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma B csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

[6 pont]

222 | 2022. október 18./c, d

Adott egy háromszög három csúcsa a koordinátasíkon: $A(1; 2)$, $B(5; 0)$ és $C(6; 7)$.

- c) Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!

[3 pont]

- d) Határozza meg az ABC háromszög területét!

[6 pont]

211 | 2021. május 18./c, d

Egy háromszög csúcsai: $K(-1; 5)$, $L(1; 1)$, $M(5; 3)$.

- c) Igazolja, hogy a háromszög L -nél lévő szöge derékszög!

[4 pont]

- d) Írja fel a háromszög körülírt körének az egyenletét!

[5 pont]

212 | 2021. október 16./a, b, c

Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben: $A(5; 6)$, $B(4; 2)$ és $C(8; 2)$.

- a) Számítsa ki a háromszög A -nál lévő belső szögét!

[6 pont]

- b) Írja fel a háromszög B -re illeszkedő magasságvonalának egyenletét, és számítsa ki a háromszög M magasságpontjának koordinátáit!

[7 pont]

Az ABC háromszöget a B pontból középpontosan a kétszeresére nagyítjuk, így az $A'B'C'$ háromszöget kapjuk.

- c) Adja meg az $A'B'C'$ háromszög csúcsainak koordinátáit!

[4 pont]

201 | 2020. május 16./a, b, c

Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben $A(-8; -12)$, $B(8; 0)$ és $C(-1; 12)$. Az A pontnak a B pontra vonatkozó tükörképe a D pont.

- a) Számítsa ki a D pont koordinátáit!

[3 pont]

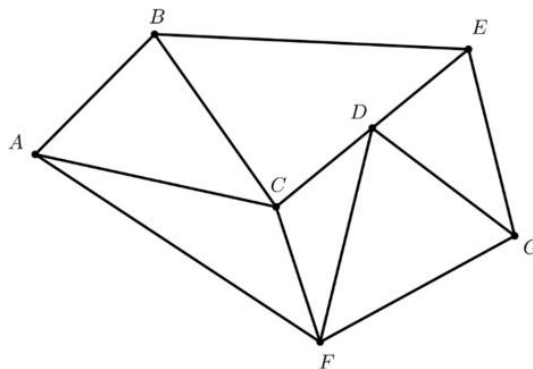
- b) Írja fel az ABC háromszög B csúcsán áthaladó magasságvonalának egyenletét!

[4 pont]

- c) Igazolja, hogy az ABC háromszög B csúcsánál derékszög van!

[4 pont]

202 | 2020. május idegen nyelvi 17./ b



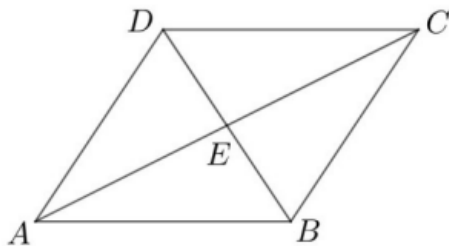
Tudjuk, hogy a D pont éppen a CE szakasz felezőpontja.

Fejezze ki a $\overrightarrow{BE}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AC}$ és a $\overrightarrow{CD}$ vektorok segítségével!

[4 pont]

203 | 2020. október 17./ c

Az A, B, C, D pontok egy paralelogrammát alkotnak, az E pont az átlók metszéspontja.



Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ vektort a $\overrightarrow{DA}$ és $\overrightarrow{DE}$ vektorok segítségével!

[3 pont]

204 | 2020. október 17./ d

Egy $ABCD$ paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az AB egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az AD egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$. A C pont koordinátái $(5; 5)$, a B pont első koordinátája 3.

Határozza meg a paralelogramma A, B és D csúcsának koordinátáit!

[9 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

$f(0) = -3$	1 pont
$f(4) = 5$	1 pont
A $(0; -3)$ és a $(4; 5)$ pontok távolsága $\sqrt{(4-0)^2 + (5-(-3))^2} = \sqrt{80} (\approx 8,94) \text{ egység.}$	2 pont

251

[Vissza a feladathoz.](#)

$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{BD}$	1 pont
$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FB}$	2 pont

252

[Vissza a feladathoz.](#)

Az egyenes egyenletét $y = mx + b$ alakban keresve az egyenes meredeksége: $m = \frac{77-7}{9-1} =$	1 pont
$= 8,75.$	1 pont
Az egyik pont koordinátái alapján $7 = 8,75 \cdot 1 + b,$	1 pont
amiből $b = -1,75.$ Így az egyenes egyenlete: $y = 8,75x - 1,75.$	1 pont

241

[Vissza a feladathoz.](#)

A kör egyenlete $(x-12)^2 + (y-7)^2 = 225.$	2 pont
Az y tengelyen lévő pontok első koordinátája $x = 0.$	1 pont
Megoldandó a $144 + (y-7)^2 = 225$ egyenlet.	1 pont
Rendezve: $y^2 - 14y - 32 = 0.$	1 pont
Az egyenlet megoldásai: $y = -2$ és $y = 16.$	2 pont
A kör a $(0; -2)$ és a $(0; 16)$ pontokban metszi az y tengelyt.	1 pont

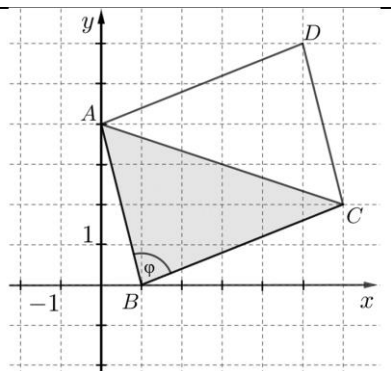
242

[Vissza a feladathoz.](#)

c)	
$d_{PQ} = \sqrt{(6-2)^2 + (5-(-3))^2} = \sqrt{80} \approx 8,94$	2 pont
d)	
Az egyenes meredeksége: $m = \left(\frac{5-(-3)}{6-2}\right) = 2$.	2 pont
Az $y = 2x + b$ egyenletbe például P koordinátáit helyettesítve $-3 = 2 \cdot 2 + b$,	1 pont
amiből $b = -7$. Tehát $y = 2x - 7$.	1 pont

221

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
Az egyenes meredeksége: $m = \frac{0-4}{1-0} = -4$	1 pont
Így az egyenes egyenlete: $y - 4 = -4 \cdot (x - 0)$	1 pont
$y = -4x + 4$	1 pont
b)	
Az AB és a DC oldalegyenesek meredeksége is -4 (például ábra alapján). Az AD és a BC oldalegyenesek meredeksége is $\frac{2}{5}$.	2 pont
Mivel a négyszög szemközti oldalegyeseinek meredeksége egyenlő, ezért azok párhuzamosak, így az állítást beláttuk.	1 pont
c)	
 A kérdéses szöget bezáró két oldal hossza: $AB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$, $BC = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Az AC átló hossza: $\sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$.	1 pont
Az ABC háromszögben a kérdéses szöget φ -vel jelölve és felírva a koszinusztételt: $\sqrt{40}^2 = \sqrt{17}^2 + \sqrt{29}^2 - 2 \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{29} \cdot \cos \varphi$	1 pont
$\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{29}} (\approx 0,1351)$	2 pont
innen $\varphi \approx 82,2^\circ$.	1 pont

222

[Vissza a feladathoz.](#)

c)	
$ AC = \sqrt{(6-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{50}$ és $ BC = \sqrt{(5-6)^2 + (0-7)^2} = \sqrt{50}$	2 pont
így a háromszög AC és BC oldala egyenlő hosszú, tehát a háromszög valóban egyenlő szárú.	1 pont
d)	
Az AB oldal felezőpontja $F\left(\frac{1+5}{2}; \frac{2+0}{2}\right) = (3; 1)$.	2 pont
Az AB oldal hossza $ \overrightarrow{AB} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} (\approx 4,47)$.	1 pont
Az FC magasság hossza $ \overrightarrow{FC} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} (\approx 6,71)$	1 pont
Az ABC háromszög területe $T = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{45}}{2} =$	1 pont
$= 15$ (területegység).	1 pont

211

[Vissza a feladathoz.](#)

c)	
$ \overrightarrow{LK} = \left(\sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \right) \sqrt{20}$	1 pont
$ \overrightarrow{LM} = \left(\sqrt{4^2 + 2^2} = \right) \sqrt{20}$	1 pont
$ \overrightarrow{KM} = \left(\sqrt{6^2 + (-2)^2} = \right) \sqrt{40}$	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

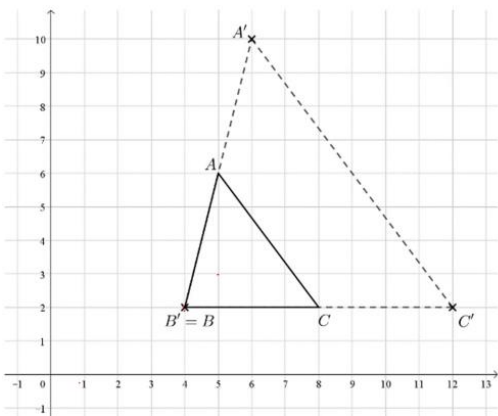
$\sqrt{20}^2 + \sqrt{20}^2 = \sqrt{40}^2$, tehát (a Pitagorasz-tétel megfordítása miatt) az L-nél valóban derékszög van.	1 pont
d)	
(A Thalész-tétel, illetve a megfordítása miatt) derékszögű háromszögben a körülírt kör középpontja az átfogó felezőpontja, sugara pedig az átfogó fele.	1 pont
Az átfogó felezőpontja: $F_{KM} = (2; 4)$.	1 pont
$r = \frac{KM}{2} = \frac{\sqrt{6^2 + (-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$	1 pont
A körülírt kör egyenlete: $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$.	2 pont

212

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
A háromszög AB oldalának hossza (például a két pont távolságára vonatkozó összefüggés alkalmazásával): $AB = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17} (\approx 4,12)$.	1 pont
Ugyanígy $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.	1 pont
Jelöljük az ABC háromszögben a kérdéses szöget α -val, és írjuk fel a koszinusztételt ($BC = 4$): $16 = 17 + 25 - 2 \cdot \sqrt{17} \cdot 5 \cdot \cos \alpha$.	2 pont
Ebből $\cos \alpha \approx 0,6306$,	1 pont
így $\alpha \approx 50,91^\circ$.	1 pont
b)	
A kérdéses magasságvonal áthalad a B ponton, és merőleges az A és C pontokon átmenő egyenesre, melynek meredeksége $\left(\frac{2-6}{8-5} = \right) -\frac{4}{3}$. Így a B ponton áthaladó magasságvonal egyenesének meredeksége $\frac{3}{4}$.	2 pont
A magasságvonal egyenlete $y - 2 = \frac{3}{4} \cdot (x - 4)$, azaz $y = \frac{3}{4} \cdot x - 1$.	2 pont
A magasságpont (rajta van az A -ra illeszkedő magasságvonalon, melynek egyenlete $x = 5$, így) első koordinátája 5,	1 pont
második koordinátáját a B -ből induló magasságvonal egyenletéből az $x = 5$ helyettesítéssel kapjuk: $y = 2,75$. (Tehát $M(5; 2,75)$.)	2 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

c)	
	1 pont
A B pont képe önmaga, (azaz $B'(4; 2)$).	1 pont
$C'(12; 2)$	1 pont
$A'(6; 10)$	1 pont

201

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
A B pont az AD szakasz felezőpontja, ezért ha $D(d_1; d_2)$, akkor $8 = \frac{d_1 + (-8)}{2}$, amiből $d_1 = 24$.	1 pont
Ugyanígy $0 = \frac{d_2 + (-12)}{2}$, amiből $d_2 = 12$.	1 pont
Tehát $D(24; 12)$.	1 pont
b)	
Az A és C pontokon átmenő egyenes meredeksége $\left(\frac{12 - (-12)}{-1 - (-8)}\right) = \frac{24}{7}$, így a B csúcson átmenő magasságvonal meredeksége $-\frac{7}{24}$.	2 pont
tehát egyenlete $y - 0 = -\frac{7}{24} \cdot (x - 8)$, azaz $y = -\frac{7}{24} \cdot x + \frac{56}{24}$	2 pont
c)	
A háromszög oldalainak hossza: $AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20, BC = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15,$ $CA = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25.$	2 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Mivel $15^2 + 20^2 = 25^2$, ezért (a Pitagorasz-tétel megfordítása miatt) a háromszög valóban derékszögű (és a derékszög a B csúcsnál van).	2 pont
--	--------

202

[Vissza a feladathoz.](#)

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$	1 pont
$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$	1 pont
$\overrightarrow{CE} = 2 \cdot \overrightarrow{CD}$	1 pont
Így tehát $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 2 \cdot \overrightarrow{CD}$	1 pont

203

[Vissza a feladathoz.](#)

$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{DA}$	1 pont
$\overrightarrow{DB} = 2 \cdot \overrightarrow{DE}$	1 pont
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{DA} + 2 \cdot \overrightarrow{DE}$	1 pont

204

[Vissza a feladathoz.](#)

A B pont első koordinátáját az AB egyenes egyenletébe helyettesítve $2 \cdot 3 - 5y = -4$,	1 pont
amiből $y = 2$, azaz $B(3; 2)$ az egyik csúcs.	1 pont
(Az A pont az AB és AD egyenesek metszéspontja, ezért koordinátáit a két egyenes egyenletéből álló egyenletrendszer megoldása adja meg.) Az első egyenletből x -et kifejezve és a második egyenletbe helyettesítve: $3 \cdot \frac{5y - 4}{2} - 2y = -6$	2 pont
Az egyenletet rendezve: $y = 0$.	1 pont
Innen $x = -2$, tehát $A(-2; 0)$ a másik csúcs.	1 pont
(Az AC szakasz és a BD szakasz E felezőpontja megegyezik.) Az AC szakasz felezőpontja $E(1,5; 2,5)$.	1 pont
Mivel $1,5 = \frac{d_1+3}{2}$ és $2,5 = \frac{d_2+2}{2}$, így a $D(d_1; d_2)$ pont koordinátái $(0; 3)$.	2 pont