

Számelmélet feladatok az emelt szintű matematika érettségiben

A feladatok megoldásait a feladat sorszámaúra kattintva találod meg.

261 | 2026. május idegen nyelvi 3./a

Ha a 49-hez hozzáadjuk a számjegyei felcserélésével kapott számot, akkor a kapott összeg éppen 11-szerese lesz az eredeti szám számjegyei összegének ($143 = 11 \cdot 13$).

Igazolja, hogy ez a tulajdonság bármely 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész számra teljesül!

[3 pont]

262 | 2026. május idegen nyelvi 3./b

Jelölje $\overline{ab}$ azt a 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész számot, melynek első számjegye a , második számjegye pedig b ($a \neq 0$ és $b \neq 0$). Jelölje $S(\overline{ab})$ az $\overline{ab} + \overline{ba}$ összeget.

Határozza meg a és b lehetséges értékeit, ha $S(\overline{ab})$ osztható 17-tel!

[3 pont]

251 | 2025. október 9./a

Melyik az a legnagyobb természetes szám, amelyre az alábbi négy tulajdonságból pontosan három teljesül?

- (1) Húszjegyű.
- (2) 20-szal osztható.
- (3) Számjegyeinek összege 20.
- (4) Számjegyeinek szorzata 20.

[4 pont]

252 | 2025. október 9./b

Legyen a H alaphalmaz a húszjegyű pozitív egész számok halmaza, az A halmaz pedig a 7-es számjegyet tartalmazó húszjegyű pozitív egész számok halmaza.

Melyik a nagyobb: $|A|$ vagy $|\bar{A}|$?

[5 pont]

241 | 2024. május 2./a

Hány olyan hétjegyű szám van a kettes számrendszerben, amelyben legfeljebb két darab 0 számjegy található?

[4 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

242 | 2024. október 5./d

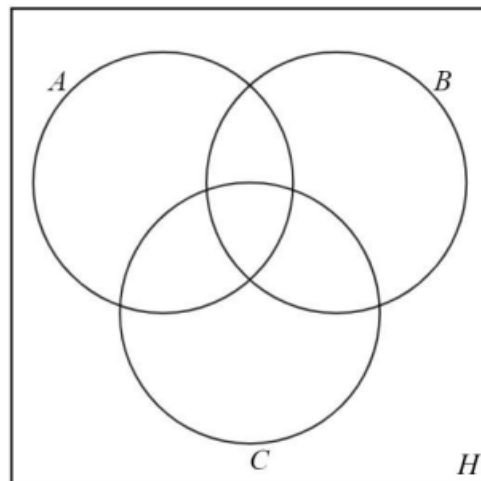
Egy kék és egy zöld dobókockával dobunk, a dobás kimenetele egy számpár. Jelölje (k, z) a dobásnak azt a kimenetelét, amikor a kék kockával dobott szám k , a zöld kockával dobott szám pedig z .

Legyen a H alaphalmaz a dobás kimeneteleként megkapható összes lehetséges (k, z) számpár halmaza. Az A , B és C részhalmazokat a következőképpen definiáljuk:

$$A = \{(k, z) \mid a \ k + z \text{ összeg prím}\}$$

$$B = \{(k, z) \mid a \ k \cdot z \text{ szorzat prím}\}$$

$$C = \{(k, z) \mid k = z\}$$



Satírozással jelölje a Venn-diagramon a H -nak azt a részhalmazát, amelyik üres halmaz! A Venn-diagram minden egyes további tartományába írjon egy-egy megfelelő számpárt! Válaszát itt nem kell indokolnia.

[5 pont]

231 | 2023. május idegen nyelvi 2./a

Legyen a H alaphalmaz a pozitív egészekből álló számpárok halmaza, az A , B és C pedig a H alábbi részhalmazai:

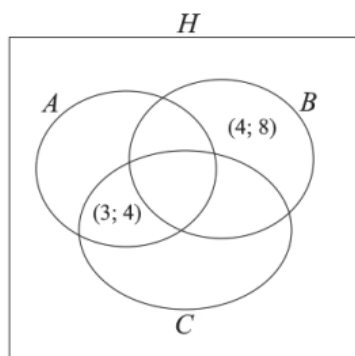
$$A = \{(a; b) \mid a \text{ és } b \text{ relatív prímek}\};$$

$$B = \{(a; b) \mid a \text{ osztója } b\text{-nek}\};$$

$$C = \{(a; b) \mid a \text{ és } b \text{ közül legalább az egyik prímszám}\}.$$

(Ha $a \neq b$, akkor az $(a; b)$ és a $(b; a)$ számpárokat különbözőnek tekintjük.)

Az alábbi Venn-diagram két részébe beírtunk egy-egy számpárt. Írjon a diagram további hat üres részébe egy-egy megfelelő számpárt!



[6 pont]

232 | 2023. május idegen nyelvi 2./b, c

Tekintsük a következő két állítást (a, b, c pozitív egészek)!

I. Ha c osztója ab -nek, akkor c osztója a -nak vagy c osztója b -nek.

II. Ha a osztója c -nek és b osztója c -nek, akkor ab osztója c -nek.

b) Határozza meg a két állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait indokolja!

[4 pont]

c) Fogalmazza meg az I. állítás megfordítását, és határozza meg a megfordítás logikai értékét! Ha a megfordítás igaz, akkor bizonyítsa be, ha pedig hamis, akkor mutasson ellenpéldát!

[4 pont]

221 | 2022. május idegen nyelvi 7./a

Két pozitív egész szám relatív prím, legkisebb közös többszörösük 35 700. Határozza meg az ilyen tulajdonságú számpárok számát! (Az (a, b) és a (b, a) számpárokat nem tekintjük különbözőknek.)

[5 pont]

222 | 2022. május idegen nyelvi 7./b

Legyen $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Hány olyan részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek szorzata osztható 9-cel? (Egyelemű halmaz esetén az „elemek szorzatának” az egyetlen elem értékét tekintjük.)

[5 pont]

211 | 2021. május idegen nyelvi 1./a

Igazolja, hogy bármely hat egymást követő természetes szám szorzata osztható 45-tel!

[3 pont]

212 | 2021. május idegen nyelvi 1./b

Igaz-e, hogy bármely öt egymást követő páratlan természetes szám szorzata osztható 45-tel? (Válaszát indokolja!)

[3 pont]

213 | 2021. október 3./a

Hány olyan pozitív háromjegyű szám van a tízes számrendszerben, amely a 8 és a 9 számok közül legalább az egyikkel osztható?

[7 pont]

214 | 2021. október 3./b

A 8-as számrendszerben háromjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott szám a 9-es számrendszerben is háromjegyű?

[7 pont]

215 | 2021. október 6./b

Az ókori Egyiptom matematikájában a számok négyzetének is jelentős szerep jutott.

Hány olyan 1000-nél kisebb pozitív egész szám van, amellyel az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ számot megszorozva négyzetszámot kapunk?

[7 pont]

201 | 2020. május 6./a

Hány olyan 90-nél nem nagyobb pozitív egész szám van, amely a 2, a 3 és az 5 közül pontosan az egyikkel osztható?

[6 pont]

202 | 2020. május idegen nyelvi 5./c

Az a , b , c és d szomszédos számjegyek a tízes számrendszerben, $a \neq 0$, és $a < b < c < d$. Az N szám kilences számrendszerbeli alakja $\overline{abc}$, nyolcas számrendszerbeli alakja pedig $\overline{bcd}$.

Határozza meg az N szám tízes számrendszerbeli alakját!

[6 pont]

203 | 2020. október 4./b

András azt állítja, hogy az összes pingponglabdájának száma 6-tal osztva 2 maradékot, 15-tel osztva pedig 1 maradékot ad.

Mutassa meg, hogy András állítása hamis!

[3 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

$\overline{ab} = 10a + b,$	1 pont
így $\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b),$ és éppen ezt kellett bizonyítani.	2 pont

262

[Vissza a feladathoz.](#)

$S(\overline{ab}) = 11(a + b)$ pontosan akkor osztható 17-tel, ha $a + b$ osztható 17-tel (mivel a 11 és a 17 relatív prímek).	1 pont
Ez csak $a = 9, b = 8$ vagy $a = 8, b = 9$ esetén teljesül. (Tehát két megfelelő kétjegyű szám van, a 98 és a 89.)	2 pont

251

[Vissza a feladathoz.](#)

(2) és (4) kizárják egymást, mert a 20-szal osztható számok 0-ra végződnek, így számjegyeik szorzata 0.	1 pont
Tehát a másik két tulajdonságnak teljesülnie kell: a keresett szám biztosan húszjegyű, és számjegyeinek összege 20.	1 pont
Az ilyen számok közül a legnagyobb a 99200...0 (17 db. 0-val)	1 pont
mely teljesíti a 20-szal való oszthatósági feltételt is (számjegyeinek szorzata viszont nem 20, így valóban pontosan három feltétel teljesül).	1 pont

252

[Vissza a feladathoz.](#)

(Először $\bar{A}$ elemszámát számítjuk ki.) Az első számjegy 8-féle lehet (nem lehet 0 és 7), a többi helyiérték mindegyikére 9-féle számjegyet írhatunk (egyik sem lehet 7),	1 pont
így $ \bar{A} = 8 \cdot 9^{19} \approx 1,08 \cdot 10^{19}.$	1 pont
Összesen $ H = 9 \cdot 10^{19}$ darab húszjegyű szám van.	1 pont
Ezt felhasználva: $ A = H - \bar{A} = 9 \cdot 10^{19} - 1,08 \cdot 10^{19} = 7,92 \cdot 10^{19},$	1 pont
tehát $ A > \bar{A} $	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

241

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy olyan megfelelő szám van, amely nem tartalmaz 0 számjegyet (111111).	1 pont
Ha a szám egy 0 számjegyet tartalmaz, akkor az a legnagyobb helyiértéken kívül bárhol lehet, tehát 6 ilyen szám van.	1 pont
Ha a szám két 0 számjegyet tartalmaz, akkor ezek a legnagyobb helyiértéken kívül bárhol lehetnek, így helyüket $\binom{6}{2} = 15$ -féleképpen választhatjuk ki.	1 pont
Összesen tehát $(1 + 6 + 15 =)$ 22 megfelelő szám van.	1 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

	5 pont
--	--------

231

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy-egy megfelelő számpár minden részben, például:	6 pont
---	--------

232

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
Az I. állítás hamis.	1 pont
Például a 6 osztója a $2 \cdot 3$ szorzatnak, de a 6 nem osztója sem a 2-nek, sem a 3-nak.	1 pont
A II. állítás hamis.	1 pont
Például a 4 és a 6 is osztója a 12-nek, de a $4 \cdot 6$ szorzat nem osztója a 12-nek.	1 pont
c)	
Megfordítás: Ha c osztója a -nak vagy c osztója b -nek, akkor c osztója ab -nek. Vagy: Ha c nem osztója ab -nek, akkor c nem osztója a -nak és c nem osztója b -nek.	1 pont
A megfordítás igaz,	1 pont
hiszen a feltétel szerint igaz, hogy $a = kc$ vagy $b = mc$, így $ab = (kb)c$ vagy $ab = (am)c$; tehát ab többszöröse c -nek (c osztója ab -nek) $(k, m \in \mathbb{N}^+)$.	2 pont

221

[Vissza a feladathoz.](#)

$35\,700 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 17$	1 pont
A két szám akkor relatív prím, ha nincs közös prímtényezőjük. Így az öt különböző prímtényezőt kell (a felbontásban szereplő kitevőjével együtt) két csoportra szétosztanunk.	1 pont
Az első szám különböző prímtényezőinek megadásakor mind az öt prím esetén külön-külön eldönthetjük, hogy kiválasztjuk-e vagy sem. Ez $2^5 = 32$ lehetőség. (Ha egyik tényezőt sem választjuk be, akkor a szám értéke 1.)	2 pont
Így azonban minden számpárt kétszer is megkapunk (a csoportok felcserélhetők), tehát $32 : 2 = 16$ megfelelő számpár létezik.	1 pont

222

[Vissza a feladathoz.](#)

A H halmaz egy H' részhalmazában az elemek szorzata akkor lesz osztható 9-cel, ha vagy $9 \in H'$, vagy pedig ha $9 \notin H'$ és $\{3; 6\} \subseteq H'$ teljesül.	1 pont
Ha $9 \in H'$, akkor H másik 9 eleméről szabadon eldönthetjük, hogy eleme-e H' -nek vagy nem. Így ilyen részhalmazból $2^9 = 512$ darab van.	1 pont

Ha $9 \notin H'$, akkor $3 \in H'$ és $6 \in H'$, és H további 7 eleméről szabadon eldönthetjük, hogy eleme-e H' -nek vagy nem. Így ilyen részhalmazból $2^7 = 128$ darab van.	2 pont
Összesen tehát $(512 + 128 =) 640$ megfelelő részhalmaza van H -nak.	1 pont

211

[Vissza a feladathoz.](#)

Hat szomszédos természetes szám között biztosan van kettő, amelyik 3-mal osztható,	1 pont
és legalább egy, amelyik osztható 5-tel,	1 pont
így a hat szám szorzata osztható lesz $3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$ -tel.	1 pont

212

[Vissza a feladathoz.](#)

Az állítás nem igaz.	1 pont
Egy ellenpélda: $11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19 (= 692\,835)$.	2 pont

213

[Vissza a feladathoz.](#)

A $(13 \cdot 8 =) 104$ a legkisebb, a $(124 \cdot 8 =) 992$ a legnagyobb 8-cal osztható háromjegyű szám,	1 pont
így összesen $\frac{992-104}{8} + 1 = 112$ db ilyen szám van.	1 pont
(900 darab háromjegyű szám van, ezért) a 9-cel osztható háromjegyű számok száma 100.	1 pont
A 8-cal és 9-cel osztható számok 72-vel is oszthatók,	1 pont
ezek száma 12 (legkisebb a $2 \cdot 72 = 144$, legnagyobb a $13 \cdot 72 = 936$).	1 pont
(A 72-vel oszthatókat a 8-cal és a 9-cel oszthatók megszámlálásánál is megszámoltuk, így) a keresett számok száma $112 + 100 - 12 = 200$.	2 pont

214

[Vissza a feladathoz.](#)

A 8-as számrendszerben a legkisebb háromjegyű szám $100_8 = 64$,	1 pont
a legnagyobb $777_8 = (1000_8 - 1 =) 511$,	1 pont
összesen tehát $511 - 63 = 448$ háromjegyű szám van (összes eset).	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

(A 8-as számrendszerben 3 jegyű számokat tekintve) a 9-es számrendszerben a legkisebb háromjegyű szám $100_9 = 81$,	1 pont
a legnagyobb (mivel a 8-as számrendszerben háromjegyű szám nem lehet négyjegyű a 9-es számrendszerben) az 511.	1 pont
A kedvező esetek száma tehát $511 - 80 = 431$.	1 pont
A keresett valószínűség $\frac{431}{448} (\approx 0,962)$	1 pont

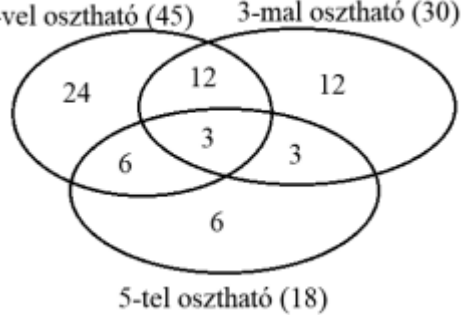
215

[Vissza a feladathoz.](#)

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6! = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 (= 5 \cdot 12^2)$	1 pont
$6! \cdot k$ pontosan akkor (pozitív) négyzetszám, ha a prímtényezős felbontásában minden prímszám kitevője páros szám,	1 pont
ezért k csak $5m^2$ alakú lehet ($k, m \in \mathbb{N}^+$). (Ekkor $6! \cdot k = 5 \cdot 12^2 \cdot 5 \cdot m^2 = (60m)^2$.)	2 pont
Megoldandó az $5m^2 < 1000$ egyenlet.	1 pont
$m < \sqrt{200} \approx 14,1$	1 pont
tehát 14 olyan 1000-nél kisebb pozitív egész szám van, amelyik a feltételeknek megfelel.	1 pont

201

[Vissza a feladathoz.](#)

Venn-diagramon szemléltetjük az egyes halmazokat és azok elemszámát. 	4 pont
A keresett szám a Venn-diagram alapján: $24 + 12 + 6 = 42$	2 pont

202

[Vissza a feladathoz.](#)

$b = a + 1$, $c = a + 2$ és $d = a + 3$. (A kilences számrendszer helyiértékei 1, 9 és 81, így) $N = 81a + 9(a + 1) + (a + 2)$; (a nyolcas számrendszer helyiértékei 1, 8 és 64, így) $N = 64(a + 1) + 8(a + 2) + (a + 3)$.	2 pont
$81a + 9(a + 1) + (a + 2) = 64(a + 1) + 8(a + 2) + (a + 3)$	1 pont
$91a + 11 = 73a + 83$ $18a = 72$, azaz $a = 4$	1 pont
A tízes számrendszerben $N = (91a + 11 =) 375$.	1 pont
Ellenőrzés: $375_{10} = 456_9 = 567_8$, és ezek valóban megfelelőek a kilences és nyolcas számrendszerben.	1 pont

203

[Vissza a feladathoz.](#)

Az első esetben a labdák száma 3-mal osztva 2-t, a második esetben pedig 1-et ad maradékul.	2 pont
Ez azonban lehetetlen. (András állítása tehát valóban hamis.)	1 pont