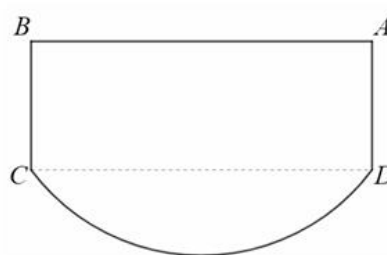


Térgeometria feladatok az emelt szintű matematika érettségiben

A feladatok megoldásait a feladat sorszámára kattintva találod meg.

261 | 2026. május 9./a

A bal oldali ábrán látható akvárium alaplapja a jobb oldali vázlatos ábrán látható síkidom. Az alaplap az $ABCD$ téglalapból és a téglalap CD élére illeszkedő körszeletből áll. A téglalap oldalai $AB = 80$ cm és $BC = 30$ cm hosszúak. A körszelet körívének közép pontja az AB szakasz felezőpontja. Az akvárium 35 cm magas. (Az akváriumot alkotó test bármely, az alaplappal párhuzamos síkmetszete egybevágó az alaplappal. Az akvárium oldalélei merőlegesek az alaplapra.)



Határozza meg az akvárium térfogatát! Válaszát literben, egészre kerekítve adja meg!

[8 pont]

262 | 2026. május 9./b

Egy felül nyitott téglatest magassága 35 cm, a térfogata $126\,000\text{ cm}^3$.

Mekkorának válasszuk a téglatest alaplapjának az éleit, hogy a felszíne (az alaplap és a négy oldallap területének összege) minimális legyen?

[8 pont]

263 | 2026. május idegen nyelvi 7./b

Az egyik pohárka belsejének alakja olyan forgáshenger, amelynek a magassága megegyezik a belső átmérőjével. A pohárka 50 ml vízzel tölthető tele.

Határozza meg a pohárka belső alapkörének sugarát!

[4 pont]

264 | 2026. május idegen nyelvi 7./c

Egy forgáshenger magasságának és alapköre sugarának összege 10,5 cm.

Mekkorának válasszuk a henger alapkörének sugarát és a henger magasságát, hogy a térfogata maximális legyen?

[7 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

251 | 2025. május 7./a, b

Felül nyitott, négyzet alapú egyenes hasáb alakú tárolódobozt készítünk. A doboz alaplajjának anyagköltsége 4 tallér négyzetdeciméterenként, az oldallapok anyagköltsége 3 tallér négyzetdeciméterenként. Az egész doboz anyagköltségére összesen 300 tallér áll rendelkezésre.

- a) Legfeljebb mekkora lehet a doboz magassága, ha alapélei 6 dm hosszúak?

[4 pont]

- b) Határozza meg a 300 tallérból elkészíthető maximális térfogatú doboz éleinek hosszát!

[8 pont]

252 | 2025. május idegen nyelvi 8./c

Egy 2 liter űrtartalmú, felül nyitott, forgáshenger alakú vázát készítünk.

Hány centiméter magas legyen a váza, ha azt szeretnénk, hogy a belső felszíne minimális legyen?

[8 pont]

241 | 2024. május 7./a

A finom homokban az egyes gömb alakú homokszemek sugarát egységesen 0,1 mm-nek tekinthetjük. Egy 2 dl-es poharat teletöltünk finom homokkal. A homok (mivel a gömb alakú homokszemek nem töltik ki teljesen a teret) a pohár űrtartalmának 60%-át tölti ki.

Határozza meg, hány homokszem található a 2 dl-es pohárban! Válaszát millióra kerekítve adja meg!

[5 pont]

242 | 2024. május 7./b, c

Egy építkezéshez homokot rendelt Szabó úr. A homok megérkezett, és lerakás után a homokkupac jó közelítéssel egy 1,8 méter alkotójú forgáskúpnak tekinthető.

- b) Határozza meg a homokkupac térfogatát, ha alapkörének átmérője 3,1 méter!

[3 pont]

- c) Határozza meg az 1,8 méter alkotójú forgáskúpok közül annak a sugarát és a magasságát, amelynek a térfogata maximális! Mekkora ez a maximális térfogat?

[8 pont]

243 | 2024. május idegen nyelvi 5./b, c

Egy négyzetes oszlop felszíne 384 cm^2 .

- b) Számítsa ki az oszlop térfogatát, ha oldalélei 22 cm hosszúak!

[3 pont]

- c) Hogyan válasszuk meg a 384 cm^2 felszínű négyzetes oszlop alapéleit, illetve oldaléleit, hogy a nyolc alapél és a négy oldalél hosszának az összege minimális legyen?

[8 pont]

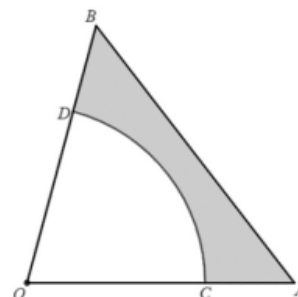
244 | 2024. október 6./b

Az OAB egyenlőszárú háromszög OA és OB szárai 12 cm hosszúak, AOB szöge 75° . Az OA szakasz C pontját és az OB szakasz D pontját (az ábra szerint) egy O középpontú, 8 cm sugarú körív köti össze.

Az OAB háromszöget megforgatjuk az OA oldal egyenesére körül.

Határozza meg az így keletkező forgástest térfogatát!

[4 pont]



245 | 2024. október 7./b

A szekrények téglatest alakúak. Egy-egy szekrény belseje 20 cm széles, 35 cm magas és 30 cm mély.

Határozza meg a leghosszabb egyenes pálca hosszát, ami elhelyezhető a szekrényben! (A pálca vastagságától eltekinthetünk.)

[3 pont]

231 | 2023. május 3./b

A kert tulajdonosa egy 10 cm átmérőjű, henger alakú kútát fúratott a kertben.

Hány méter mély lett a kút, ha a térfogata $0,1$ köbméter?

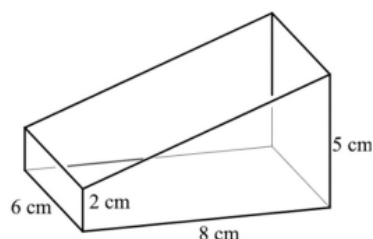
[3 pont]

232 | 2023. május 6./a, b

Egy felül nyitott doboz vízszintes asztallapon áll. A dobozt három téglalap és két derékszögű trapéz határolja. A doboznak a vízszintes síkra illeszkedő lapja $8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ méretű, két egymással szemközti függőleges síkú lapja pedig $6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, illetve $6 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ méretű téglalap.

- a) Számítsa ki a doboz testátlójának hosszát!

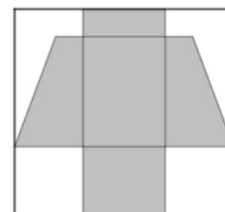
[3 pont]



A test kiterített hálóját az ábra sötétített tartománya szemlélteti. Ezt a hálót egy $15 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ -es téglalapból vágjuk ki (ennek oldalai párhuzamosak a test $8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ -es alaplajának oldalaival).

- b) Hány százalék hulladék keletkezik?

[5 pont]



233 | 2023. május idegen nyelvi 3./a, b, c

Egy vízszintesen futó egyenes alagút függőleges keresztmetszete egy olyan 8,1 m magas körszelet, amely egy 6 m sugarú körből származik. Az alagút hossza 340 m. (A kép illusztráció.)



- a) Mutassa meg, hogy a körszelet körívéhez (egész fokra kerekítve) 221° -os középponti szög tartozik a körben!

[4 pont]

- b) Számítsa ki az alagút térfogatát! Az eredményt ezer m^3 -re kerekítve adja meg!

[7 pont]

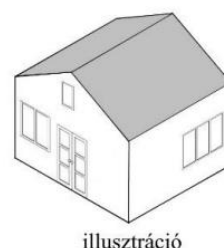
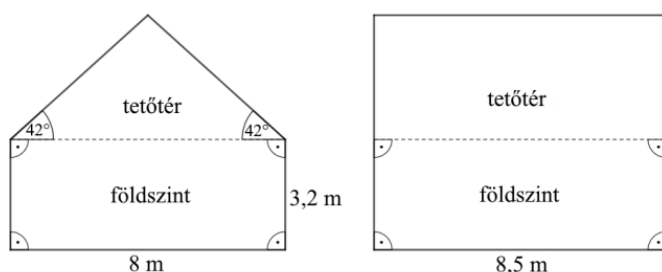
Az alagút íves belső felületét kerámiaburkolattal látták el.

- c) Hány m^2 a kerámiával burkolt felület?

[3 pont]

234 | 2023. október 2./a, b, c

Egy családi ház egy téglatest alakú földszinti részből és a rá illeszkedő, háromoldalú egyenes hasáb alakú tetőtérből áll. A ház néhány méretét előlnézetben és oldalnézetben mutatja az alábbi ábra. (A falvastagságtól mindenütt eltekintünk.)



illusztráció

Az ábrán megadott méretek alapján számolva válaszoljon az alábbi kérdésekre!

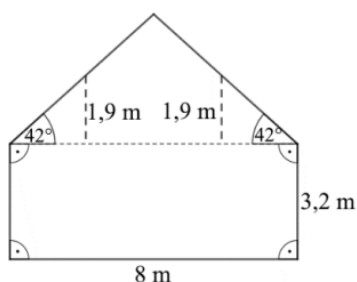
- a) A teljes tetőfelületet cseréppel fedik. Mekkora ez a felület? Válaszát m^2 -ben, egészre kerekítve adja meg!

[4 pont]

- b) Hány köbméter a ház teljes térfogata (földszint és tetőtér összesen)?

[4 pont]

A beépített tetőtér alapterületének csak az a része számít lakóterületnek, ahol a belmagasság legalább 1,9 méter.



- c) Hány négyzetméter a ház teljes lakóterülete (a földszinti és tetőtérbeli lakóterület összesen)?

[4 pont]

221 | 2022. május 6./c

Egy csonkakúp alapkörének sugara 14 cm, fedőkörének sugara 8 cm, alkotója 10 cm hosszú. Géza szeretné gyorsan megbecsülni a csonkakúp térfogatát, ezért azt egy henger térfogatával közelíti. A közelítő henger alapkörének sugara megegyezik a csonkakúp alap- és fedőköré sugarának számtani közepével, magassága pedig egyenlő a csonkakúp magasságával.

Határozza meg Géza közelítésének relatív hibáját! (Relatív hibának nevezzük a közelítő értéknek a pontos értéktől mért százalékos eltérését.)

[8 pont]

222 | 2022. május idegen nyelvi 6./a, b

Egy gyárban olyan 5 liter űrtartalmú lábosokat készítenek, melyek alakja jó közelítéssel (felül nyitott) forgáshenger.

- a) Mekkora az 5 literes lábos alapkörének a sugara, ha magassága 15 cm?

[3 pont]

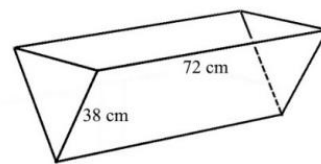
- b) A lábosok külső felületét vékony, piros zománcréteggel vonják be.

Mekkora legyen az 5 literes lábos alapkörének a sugara, hogy a külső felület bevonásához a lehető legkevesebb zománcot kelljen felhasználni?

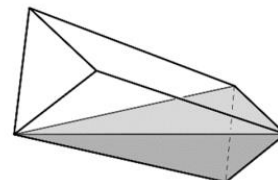
[8 pont]

223 | 2022. október 6./b, c

Egy itatóvályú alakja háromszög alapú egyenes hasáb. Vízszintes helyzetében a vályú felül nyitott, a hasábnak ez a lapja párhuzamos a vízszintes talaj síkjával, a háromszög alakú lapok pedig a talaj síkjára merőlegesek (ld. az ábrát). A szabályos háromszög alakú lemezek oldalai 38 cm hosszúak, a két téglalap alakú oldallap pedig $38\text{ cm} \times 72\text{ cm}$ -es.



A vízszintes helyzetű vályú kezdetben tele van vízzel. A vályú egyik végét megemeljük, ezért a víz egy része kifolyik belőle. A vályúban ekkor a vízfelszín a bal oldali szabályos háromszög alsó csúcsától a jobb oldali szabályos háromszög felső éléig ér, ahogyan az ábra mutatja.



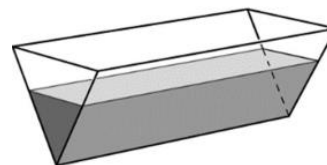
b) Igazolja, hogy ekkor a vályúban (egészre kerekítve) 15 liter víz van!

[5 pont]

A vályút ezután visszafektetjük eredeti, vízszintes helyzetébe.

c) Hány cm magasan áll a víz a vályúban ekkor?

[5 pont]

**224 | 2022. október 8./a**

Egy téglatest egyik éle 4 dm, egy másik éle 2 dm hosszú. A téglatest térfogata 72 dm^3 .

Határozza meg a téglatest felszínét!

[2 pont]

225 | 2022. október 8./b

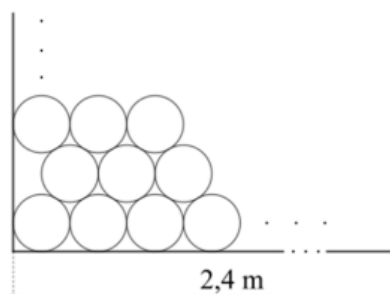
Egy téglatest térfogata 72 dm^3 . A téglatest egyik éle kétszer olyan hosszú, mint egy másik éle.

Határozza meg az ilyen tulajdonságú téglatestek közül a minimális felszínű téglatest éleinek hosszát!

[8 pont]

211 | 2021. május 9./a, b

Egy teherautó raktere 2,4 méter széles, 2 méter magas és 7 méter hosszú. Ezzel a teherautóval kell olyan, méretre vágott farönköket szállítani, amelyek forgáshenger alakúak, 24 centiméter az átmérőjük, és 7 méter hosszúak. A rakomány biztonsági okokból nem nyúlhat túl a raktéren egyik irányban sem. A szállítócég az ábrán látható stratégiával rendezi el a farönköket.



a) Mutassa meg, hogy legfeljebb 86 farönköt lehet így a raktérben elhelyezni!

[8 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

- b) A raktérnek hány százaléka marad üresen, ha 86 farönköt szállítanak?

[4 pont]

212 | 2021. május idegen nyelvi 7./a, b

- a) Egy tömör fából készült forgáshenger magassága 30 cm, felszíne $10\,000\text{ cm}^2$. A hengerből egy olyan forgáskúpot készítenek, amelynek az alapköre és a magassága megegyezik a hengerével. A henger térfogatának hány százaléka lesz forgács, és mekkora a kúp térfogata?

[7 pont]

- b) Határozza meg a $10\,000\text{ cm}^2$ felszínű forgáshengerek közül a legnagyobb térfogatú henger alapkörének a sugarát és a henger magasságát!

[9 pont]

213 | 2021. október 8./c

Az ábrán látható $ABCDEFGH$ kocka élhosszúsága 10 egység.

Számítsa ki az ABG háromszög beírt körének sugarát!

[6 pont]

214 | 2021. október 9./a

Két forgáshenger alakú viaszgyertyánk van. Az egyik gyertya alapkörének sugara r , magassága h , a másik alapkörének sugara R , magassága szintén h . A két gyertyát összeolvasztjuk, majd a viaszból egy ugyancsak h magasságú, forgáshenger alakú gyertyát öntünk ($r, h, R > 0$).

gazolja, hogy az így kapott gyertya alapkörének sugara legalább $\sqrt{2rR}$.

(Az öntés során fellépő anyagvesztéstől eltekinthetünk.)

[5 pont]

215 | 2021. október 9./b, c

Egy forgáshenger alakú tortát egy 15 cm sugarú, félgömb alakú védőbúra alatt helyezünk el. A torta a félgömb határoló körének síkján áll, és a torta fedőlapjának határoló köre a félgömbre illeszkedik (az ábra szerint).

- b) Igazolja, hogy az m cm magasságú torta térfogata (köbcentiméterben mérve) $225\pi m - \pi m^3$ ($0 < m < 15$)

[4 pont]

- c) Igazolja, hogy a védőbúra alatt (a fent leírt módon) elhelyezhető maximális térfogatú torta térfogata kisebb, mint a félgömb térfogatának 60%-a!

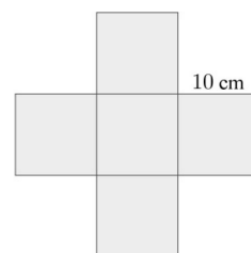
[7 pont]

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

201 | 2020. május 3./a

A mellékelt ábrán egy kereszt alakú lemez látható, amely 5 db 10 cm oldalú négyzetből áll. A lemezből egy 10 cm alapélű, szabályos négyoldalú gúla hálóját szeretnénk kivágni úgy, hogy a középső négyzet legyen a gúla alaplapja.

Igazolja, hogy a lehetséges hálók kivágása során keletkező hulladék legalább 200 cm^2 , de kevesebb 300 cm^2 -nél!



[6 pont]

202 | 2020. május idegen nyelvi 7./c

A kétrétegű piramis 5 golyóból áll (ábra). Az alsó réteget alkotó 4 golyót egy vízszintes síklapon helyezzük el úgy, hogy az egymás melletti golyók érintsék egymást, középpontjaik pedig egy négyzet csúcsai legyenek. A golyók sugara 1 cm.

Számítsa ki a kétrétegű piramis magasságát!

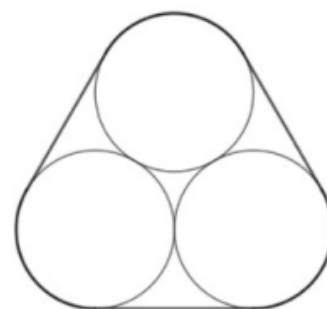


[6 pont]

203 | 2020. október 4./c

Dóri olyan pingponglabda-készletet vásárolt, amelynek dobozába három egyforma labda – az ábrán látható elrendezésben – szorosan befér. A doboz hengeres test, melynek alaplapját három egybevágó körív és három egyenlő hosszúságú szakasz határolja. (Az ábrán a dobozt felülnézetből látjuk.)

A doboz térfogatának hány százalékát tölti ki a három pingponglabda, ha a labdák átmérője 40 mm? (A doboz falvastagsága elhanyagolható.)



[7 pont]

204 | 2020. október 7./a, b

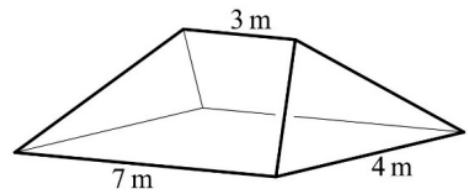
Ádám balatoni telkén áll egy kis hétvégi ház. A ház felülnézete egy $7 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ -es téglalap. Ha esik az eső, akkor a tetőre lehulló csapadékot a tető négy oldalán körbefutó ereszcatornák gyűjtik össze és vezetik be négy nagy, kezdetben üres (fedett) hordóba. A hordók forgáshenger alakúak, belső átmérőjük 40 cm, magasságuk 90 cm.

Egy nyári zivatar alkalmával 15 mm csapadék hullott a településen (ez azt jelenti, hogy minden vízszintes felületen 15 mm magasan állna az esővíz, ha nem szivárogná el). A zivatar közben a tetőre lehullott csapadék 95%-a összegyűlt a hordókban.

- a) A zivatar után mindegyik hordóban ugyanolyan magasan állt a víz. Mekkora ez a magasság?

[5 pont]

A ház cserépteteje előregedett, cserélni kell. A tető felülete négy síkidomból áll. A háztető 7 méteres oldalaihoz két egybevágó húrtrapéz csatlakozik, amelyek síkja a vízszintessel egyaránt 30 fokos szöget zár be. A trapézok egymáshoz csatlakozó, rövidebb oldala 3 méter hosszú. A háztető 4 méteres oldalaihoz két egybevágó, egyenlő szárú háromszög csatlakozik.



- b) Hány darab cserepet kell vásárolnia Ádámnak a tető újracserépezéséhez, ha a tetőfelület egy négyzetméterére 30 darabra van szükség, és a megvásárolt mennyiség 8%-a hulladék lesz?

[11 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

Jelölje F az AB szakasz felezőpontját. A körszelet körívének sugara Pitagorasz-tétellel: $FC = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ cm.	1 pont
A CD ívhez tartozó α középponti szögre $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{40}{30}$,	1 pont
amiből $\alpha \approx 106,3^\circ$.	1 pont
A körcikk területe: $\frac{106,3^\circ}{360^\circ} \cdot 50^2 \cdot \pi \approx 2319$ cm^2 .	1 pont
Az FCD háromszög területe: $\frac{80 \cdot 30}{2} = 1200$ cm^2 .	1 pont
A körszelet területe így $2319 - 1200 = 1119$ cm^2 , tehát az alaplap területe $80 \cdot 30 + 1119 = 3519$ cm^2 .	1 pont
Az akvárium térfogata $3519 \cdot 35 = 123\,165$ $\text{cm}^3 \approx$	1 pont
≈ 123 liter.	1 pont

262

[Vissza a feladathoz.](#)

A téglatest alaplapjának éleit jelöljük a -val és b -vel. Ekkor a térfogatra felírható: $a \cdot b \cdot 35 = 126\,000$ cm^3 ,	1 pont
amiből $ab = 3600$ cm^2 , így $b = \frac{3600}{a}$.	1 pont
A téglatest felszíne: $3600 + 2 \cdot 35a + 2 \cdot 35b = 3600 + 70a + \frac{252000}{a}$	1 pont
Vizsgáljuk a pozitív valós számokon értelmezett $f(a) = 3600 + 70a + \frac{252000}{a}$ függvényt. Ennek ott lehet minimuma, ahol a deriváltja nulla.	1 pont
$f'(a) = 70 - \frac{252000}{a^2} = 0$	1 pont
amiből ($a > 0$ miatt) $a = 60$ cm.	1 pont
Ha $0 < a < 60$, akkor $f'(a) < 0$, ha pedig $a > 60$, akkor $f'(a) > 0$ ezért ez valóban (abszolút) minimumhelye f -nek.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Tehát a felszín akkor minimális, ha $a = 60$ cm, és ekkor $b = \frac{3600}{60} = 60$ cm szintén.	1 pont
--	--------

263

[Vissza a feladathoz.](#)

A pohárka (henger) belső térfogata 50 cm^3 .	1 pont
(Ha a henger alapkörének sugarát – cm-ben mérve – r -rel jelöljük, akkor a henger magassága $2r$.) A henger térfogata: $r^2\pi \cdot 2r = 50$.	1 pont
$r^3 \approx 7,96$	1 pont
A henger belső alapkörének sugara $r \approx 2$ cm.	1 pont

264

[Vissza a feladathoz.](#)

A henger alapkörének sugarát r -rel, magasságát m -mel jelölve $r + m = 10,5$, amiből $m = 10,5 - r$.	1 pont
$V = r^2\pi(10,5 - r) = 10,5r^2\pi - r^3\pi$	1 pont
Vizsgáljuk az $f:]0; 10,5[\rightarrow \mathbf{R}, f(r) = -\pi r^3 + 10,5\pi r^2$ függvényt. Ennek ott lehet maximuma, ahol a deriváltja nulla.	1 pont
$f'(r) = -3\pi r^2 + 21\pi r = 0$	1 pont
$r = 7$ ($r = 0$ nem megoldás)	1 pont
ha $0 < r < 7$, akkor $f'(r) > 0$, ha pedig $r > 7$, akkor $f'(r) < 0$ ezért $r = 7$ valóban maximumhelye f -nek.	1 pont
Tehát a henger alapkörének sugara 7 (cm), a henger magassága pedig $(10,5 - 7 =) 3,5$ (cm).	1 pont

251

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
Az alaplapp területe 36 dm^2 , anyagköltsége 144 tallér.	1 pont
A négy oldallapra így legfeljebb $(300 - 144 =) 156$ tallér marad, oldallaponként tehát $(156 : 4 =) 39$ tallér.	1 pont
Egy oldallap területe ekkor $(39 : 3 =) 13 \text{ dm}^2$.	1 pont
A doboz magassága így legfeljebb $\frac{13}{6} \text{ dm}$ lehet.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

b)	
Jelölje a doboz alapélét a , magasságát b . A doboz elkészítésének költsége ekkor $a^2 \cdot 4 + 4ab \cdot 3 = 4a^2 + 12ab = 300$ tallér.	1 pont
(Keressük a^2b maximumát.) Kifejezzük b -t: $b = \frac{300-4a^2}{12a} = \frac{25}{a} - \frac{a}{3}$,	1 pont
és ezzel felírjuk a doboz térfogatát: $V = a^2b = a^2 \left(\frac{25}{a} - \frac{a}{3} \right) = 25a - \frac{a^3}{3}$	1 pont
A pozitív valós számok halmazán értelmezett $f(a) = 25a - \frac{a^3}{3}$ függvénynek ott lehet szélsőértéke, ahol a deriváltja 0.	1 pont
$f'(a) = 25 - a^2$	1 pont
$25 - a^2 = 0$ -ból ($a > 0$ miatt) $a = 5$, majd $b = \frac{10}{3}$.	1 pont
Az első deriváltfüggvény előjele $a = 5$ -ben pozitívról negatívra változik.	1 pont
A 300 tallérból elkészíthető maximális térfogatú doboz alapéle tehát 5 dm, magassága $\frac{10}{3}$ dm.	1 pont

252

[Vissza a feladathoz.](#)

(Jelölje r az alapkör sugarát, m a henger magasságát cm-ben.) A henger térfogata $V = r^2\pi m = 2000 \text{ cm}^3$,	1 pont
amelyből a váza magassága $m = \frac{2000}{r^2\pi}$.	1 pont
A felül nyitott henger felszíne $A = r^2\pi + 2r\pi m = r^2\pi + 2r\pi \cdot \frac{2000}{r^2\pi} = r^2\pi + \frac{4000}{r}$	1 pont
Az $f(r) = r^2\pi + \frac{4000}{r}$ ($r > 0$) függvény deriváltfüggvénye $f'(r) = 2r\pi - \frac{4000}{r^2}$	1 pont
(Az f -nek ott lehet minimumhelye, ahol $f'(r) = 0$, azaz) $2r\pi - \frac{4000}{r^2} = 0$	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Ebből $r \left(= \sqrt[3]{\frac{2000}{\pi}} \right) \approx 8,6 \text{ cm}$.	1 pont
Ha $0 < r < 8,6$, akkor az első derivált negatív, ha $r > 8,6$, akkor pedig pozitív, tehát az $r = 8,6$ minimumhely.	1 pont
Tehát a váza magassága $m = \frac{2000}{8,6^2\pi} \approx 8,6 \text{ cm}$ legyen.	1 pont
A 300 tallérból elkészíthető maximális térfogatú doboz alapéle tehát 5 dm, magassága $\frac{10}{3}$ dm.	1 pont

241

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy homokszem térfogata $\frac{4 \cdot 0,1^3 \cdot \pi}{3} \approx 0,00419 \text{ mm}^3$.	1 pont
A homok a pohár űrtartalmának 60%-át tölti ki. $0,6 \cdot 2 \text{ dl} = 1,2 \text{ dl} = 0,12 \text{ dm}^3 = 120\,000 \text{ mm}^3$	2 pont
A „tele” 2 dl-es pohárban kb. $\frac{120\,000}{0,00419} \approx 28\,639\,618$,	1 pont
azaz kerekítve 29 millió homokszem található.	1 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
A homokkupac alapkörének sugara 1,55 m,	1 pont
magassága $\sqrt{1,8^2 - 1,55^2} \approx 0,915 \text{ m}$,	1 pont
térfogata $\frac{1,55^2 \cdot \pi \cdot 0,915}{3} \approx 2,3 \text{ m}^3$.	1 pont
c)	
Jelölje a kúp alapkörének sugarát r , magasságát m , ekkor $r^2 + m^2 = 1,8^2$, ahonnan $r^2 = 3,24 - m^2$.	1 pont
A forgáskúp térfogata: $\frac{r^2 \pi m}{3} = \frac{(3,24 - m^2) \cdot \pi m}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot (3,24m - m^3)$	1 pont
A $V:]0; 1,18[\rightarrow \mathbf{R}$; $V(m) = \frac{\pi}{3} \cdot (3,24m - m^3)$ függvénynek ott lehet maximuma, ahol a deriváltja nulla.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

$V'(m) = \frac{\pi}{3} \cdot (3,24 - 3m^2) = 0$	1 pont
Innen ($m > 0$ miatt) $m = \sqrt{1,08} \approx 1,04$ m.	1 pont
Az $m = \sqrt{1,08}$ helyen a deriváltfüggvény pozitívból negatívba megy át, ezért itt V -nek (abszolút) maximuma van.	1 pont
Ekkor $r (= \sqrt{3,24 - 1,08} = \sqrt{2,16}) \approx 1,47$ m,	1 pont
a maximális térfogat pedig kb. $2,35 \text{ m}^3$.	1 pont

243

[Vissza a feladathoz.](#)

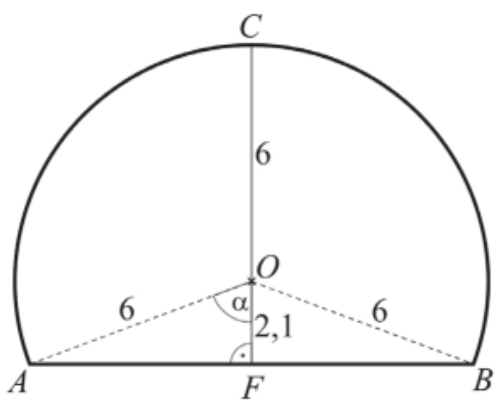
b)	
Legyen a négyzetes oszlop alapéle x cm hosszú. Felszíne $A = 2x^2 + 88x = 384 \text{ (cm}^2\text{)}$.	1 pont
A $2x^2 + 88x - 384 = 0$ másodfokú egyenlet pozitív megoldása $x = 4$ (a másik megoldás $x = -48$).	1 pont
Az alapél tehát 4 cm hosszú, az oszlop térfogata így $(4^2 \cdot 22 =) 352 \text{ cm}^3$.	1 pont
c)	
Legyen a négyzetes oszlop alapéle a cm, oldaléle b cm hosszú. Ezzel a felszíne $A = 2a^2 + 4ab = 384 \text{ (cm}^2\text{)}$,	1 pont
ahonnan $b = \frac{384 - 2a^2}{4a}$ (ahol $a \in]0; \sqrt{192}[$).	1 pont
Az élek hosszának összege: $8a + 4b = 8a + \frac{384 - 2a^2}{a} = 6a + \frac{384}{a}$	1 pont
A $]0; \sqrt{192}[$ halmazon értelmezett) $f(a) = 6a + \frac{384}{a}$ függvény deriváltfüggvénye $f'(a) = 6 - \frac{384}{a^2}$.	1 pont
Az f -nek ott lehet minimumhelye, ahol $f'(a) = 0$, azaz ($a \in]0; \sqrt{192}[$ miatt) $a = 8$ -nál.	2 pont
Az első deriváltfüggvény előjele $a = 8$ -ban negatívról pozitívrá változik, ezért ez valóban (abszolút) minimumhely.	1 pont
Ekkor $b = \frac{384 - 2 \cdot 8^2}{4 \cdot 8} = 8$ (a négyzetes oszlop tehát kocka, a minimális összeg pedig 96 cm).	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A rövidebb testátló hossza (egy $6 \times 8 \times 2$ cm élű téglatest testátlója): $\sqrt{6^2 + 8^2 + 2^2} (= \sqrt{104}) \approx 10,2$ cm	1 pont
A hosszabb testátló hossza (egy $6 \times 8 \times 5$ cm élű téglatest testátlója): $\sqrt{6^2 + 8^2 + 5^2} (= \sqrt{125}) \approx 11,2$ cm	1 pont
b)	
A téglalap területe, amelyből a test hálója kivágható: $(15 \cdot 16 =) 240$ cm ² .	1 pont
A test hálójában a 3 téglalap együttes területe $(6 \cdot 15 =) 90$ cm ² , a két trapéz területe együtt $(8 \cdot 7 =) 56$ cm ² .	1 pont
A test hálójának területe $(90 + 56 =) 146$ cm ² ,	1 pont
ez a téglalap területének $(146 : 240 \approx) 60,8\%$ -a,	1 pont
tehát 39,2% hulladék keletkezik.	1 pont

233

[Vissza a feladathoz.](#)

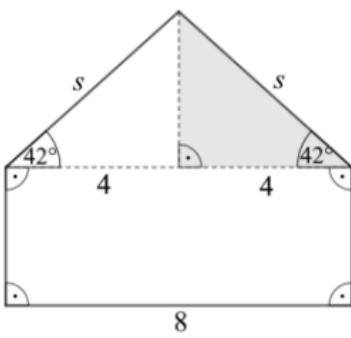
a)	
Az ábra szerinti jelöléseket alkalmazzuk.  (Az AB húr felezőpontja F, OA = OB = OC = 6 m, FC = 8,1 m, FO = FC – OC = 2,1 m.)	1 pont
$\cos \alpha = \frac{OF}{OA} = 0,35$, innen $\alpha \approx 69,51^\circ$.	2 pont
Az AOB középponti szög: $360^\circ - 2\alpha \approx 221^\circ$ valóban.	1 pont
b)	

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Az alagút olyan hengerverszerű testnek tekinthető, melynek alapja az alagút függőleges keresztmetszete, magassága pedig az alagút $h = 340$ m hossza.	1 pont
(Az a)-beli ábra jelöléseit használjuk. Az alapterület a 221° -os középponti szögű AOB körcikk t_1 és az AOB háromszög t_2 területéből tevődik össze.) $t_1 = \frac{221^\circ}{360^\circ} \cdot 6^2 \pi \approx 69,43 \text{ m}^2$	2 pont
$2\alpha \approx 139^\circ$ $t_2 = \frac{6^2 \cdot \sin 139^\circ}{2} \approx 11,81 \text{ m}^2$	2 pont
Az alagút térfogata $(t_1 + t_2) \cdot h \approx 27\,622 \text{ m}^3$,	1 pont
ami a kért kerekítéssel $28\,000 \text{ m}^3$.	1 pont
c)	
Kerámiaburkolatot az alaplap hosszabbik AB ívéhez tartozó palást felülete kapott. A hosszabbik AB ív $i = \frac{221^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \pi \approx 23,14 \text{ m}$ hosszú,	2 pont
így a kerámiaburkolattal ellátott felület $i \cdot h = 23,14 \cdot 340 \approx 7868 \text{ m}^2$.	1 pont

234

[Vissza a feladathoz.](#)

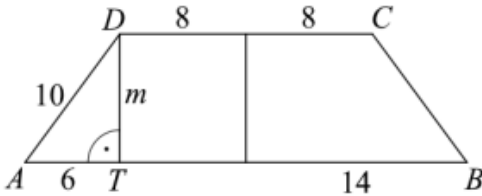
a)	
 A tető egyik téglalap alakú felének szélessége s. $\cos 42^\circ = \frac{4}{s}$	1 pont
$s \left(= \frac{4}{\cos 42^\circ} \right) \approx 5,4 \text{ m}$	1 pont
A két téglalap alakú tetőfelület területe együtt: $A = 2 \cdot 5,4 \cdot 8,5 \approx$	1 pont
$\approx 92 \text{ m}^2.$	1 pont
b)	

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A téglatest alakú földszint térfogata: $V_f = 8 \cdot 8,5 \cdot 3,2 \approx 218 \text{ m}^3$.	1 pont
A tetőtér magassága: $m = 4 \cdot \operatorname{tg} 42^\circ \approx 3,6 \text{ m}$.	1 pont
A háromszög alapú egyenes hasáb alakú tetőtér térfogata: $V_t = \frac{8 \cdot 3,6}{2} \cdot 8,5 \approx 122 \text{ m}^3$	1 pont
A ház teljes térfogata: $V = V_f + V_t = 218 + 122 = 340 \text{ m}^3$	1 pont
c)	
Az ábrán a lakóterületen kívül eső rész szélessége x . $\operatorname{tg} 42^\circ = \frac{1,9}{x}$, amelyből $x \approx 2,1 \text{ m}$.	1 pont
A tetőtérben a lakóterület $8 - 2 \cdot 2,1 = 3,8 \text{ m}$ széles, így itt a lakóterület $3,8 \cdot 8,5 \approx 32 \text{ m}^2$.	1 pont
A földszint alapterülete $8 \cdot 8,5 = 68 \text{ m}^2$.	1 pont
A ház teljes lakóterülete $68 + 32 = 100 \text{ m}^2$.	1 pont

221

[Vissza a feladathoz.](#)

 A csonkakúp magassága $\sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$	2 pont
térfogata $V_{cs} = \frac{8\pi}{3} (14^2 + 14 \cdot 8 + 8^2) = 992\pi (\approx 3116) \text{ (cm}^3\text{)}$	2 pont
A közelítő henger alapkörének sugara $((14 + 8) : 2) 11 \text{ (cm)}$	1 pont
térfogata $V_h = 8 \cdot 11^2 \cdot \pi = 968\pi (\approx 3041) \text{ (cm}^3\text{)}$.	1 pont
Ez a pontos értéknek $(3041 : 3116 \approx) 0,976$ -szereze, azaz 97,6%-a.	1 pont
A relatív hiba tehát $-2,4\%$.	1 pont
így a kerámiaburkolattal ellátott felület $i \cdot h = 23,14 \cdot 340 \approx 7868 \text{ m}^2$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

a)	
$5 \text{ liter} = 5000 \text{ cm}^3$	1 pont
$V = r^2 \pi m = 15 r^2 \pi = 5000$	1 pont
$r = \sqrt{\frac{1500}{15\pi}} \approx 10,3 \text{ cm}$ a lábos alapkörének a sugara.	1 pont
b)	
$V = r^2 \pi m = 5000$, innen $m = \frac{5000}{r^2 \pi}$.	1 pont
(A felül nyitott forgáshenger felszínét kell minimalizálni.) $A = r^2 \pi + 2r \pi m = r^2 \pi + 2r \pi \cdot \frac{5000}{r^2 \pi} = r^2 \pi + \frac{10\,000}{r}$	2 pont
A pozitív valós számok halmazán értelmezett $f(r) = r^2 \pi + \frac{10\,000}{r}$ függvény deriváltfüggvénye $f'(r) = 2r\pi - \frac{10\,000}{r^2}$.	1 pont
(Az f függvénynek ott lehet szélsőértéke, ahol a deriváltja 0.) $f'(r) = 0$, innen $r = \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}} \approx 11,7 \text{ cm}$.	2 pont
$r < \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}}$ esetén $f'(r) < 0$, $r > \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}}$ esetén $f'(r) > 0$, így ezen a helyen az f függvénynek minimuma van.	1 pont
A lehető legkevesebb zománcra akkor van szükség, ha a lábos alapkörének sugara kb. 11,7 cm.	1 pont

b)	
A megdöntött vályúban maradt víztömeg alakja olyan szabályos háromszög alapú gúla, amelynek alapéle 38 cm, magassága 72 cm hosszú.	2 pont
A szabályos háromszög területe $t = \frac{38^2 \cdot \sqrt{3}}{4} (\approx 625,3) \text{ (cm}^2\text{)}$	1 pont
A vályúban maradó víz térfogata $\frac{t \cdot 72}{3}$, azaz kb. $15\,006 \text{ cm}^3$,	1 pont

ami a kért kerekítéssel valóban 15 liter.	1 pont
c)	
A 15 liter egy olyan szabályos háromszög alapú hasáb térfogata, melynek magassága 72 cm,	1 pont
így az alaplappjának területe $\frac{15000}{72} \approx 208,3 \text{ (cm}^2\text{)}$.	1 pont
Az alaplapp szabályos háromszög, oldala legyen x cm. $\frac{x^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx 208,3$	1 pont
Ebből $x \approx 21,9 \text{ (cm)}$,	1 pont
ezért a kért magasság $x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 19 \text{ cm}$	1 pont

224

[Vissza a feladathoz.](#)

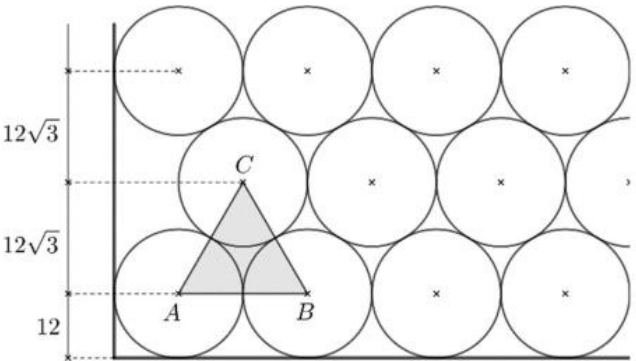
A harmadik él hossza $\left(\frac{72}{4 \cdot 2} =\right) 9 \text{ (dm)}$	1 pont
a téglatest felszíne $(2 \cdot (4 \cdot 2 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 9) =) 124 \text{ dm}^2$.	1 pont

225

[Vissza a feladathoz.](#)

A téglatest élei (dm-ben mérve) a , $2a$ és b ($a, b > 0$).	1 pont
A szöveg alapján a térfogat: $72 = 2a^2b$, ahonnan $b = \frac{36}{a^2}$.	1 pont
A téglatest felszíne (dm ² -ben mérve): $4a^2 + 6ab = 4a^2 + \frac{216}{a}$	1 pont
Az $A: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $A(a) = 4a^2 + \frac{216}{a}$ függvény deriválható, $A'(a) = 8a - \frac{216}{a^2}$	2 pont
Minimuma ott lehet, ahol $A'(a) = 0$. Ekkor $a = 3$.	1 pont
Az első deriváltfüggvény előjele $a = 3$ -ban negatívról pozitívrá változik, ezért ez valóban minimumhely.	1 pont
A minimális felszínű téglatest élei 3 dm, 6 dm, illetve $(36 : 9 =) 4$ dm hosszúak.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

a)	
A farönköket szemléltető egybevágó, 24 cm átmérőjű körökből (alulról kezdve a számozást) a páratlan sorszámú sorokban 10, a párosakban pedig 9 kör fér el a 240 cm-en.	1 pont
 (A körközpontok egy 24 cm rácsponttávolságú szabályos háromszögrács egy részletét határozzák meg.) Az ábra ABC szabályos háromszögének magassága $12\sqrt{3} \approx 20,78$ (cm) (A körök középpontja ennyivel lesz magasabban minden következő sorban az előző sorban elhelyezkedő körközpontokhoz képest.)	2 pont
Ha k db sort raktak a teherautóra, akkor a rakomány $(k - 1) \cdot 12\sqrt{3} + 2 \cdot 12$ cm magasságig tölti meg a rakteret.	1 pont
A rakomány nem nyúlhat túl a raktéren, ezért	1 pont
$(k - 1) \cdot 12\sqrt{3} + 2 \cdot 12 \leq 200$	1 pont
$k \leq \frac{176}{12\sqrt{3}} + 1 \approx 9,47$	1 pont
Legfeljebb 9 sorban rakhattak fákat a raktérbe.	1 pont
5 sorban $5 \cdot 10 = 50$ db, 4 sorban $4 \cdot 9 = 36$ db farönk, összesen tehát legfeljebb $50 + 36 = 86$ farönk lehet a raktérben. (Ezt kellett igazolni.)	1 pont
b)	
A raktér térfogata: $V_{rt} = 2,4 \cdot 2 \cdot 7 = 33,6 \text{ m}^3$	1 pont
A 86 darab fa térfogata:	1 pont
$V_{fa} = 0,12^2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 86 \approx 27,2 \text{ m}^3$	1 pont
$\frac{V_{fa}}{V_{rt}} \approx \frac{27,2}{33,6} \approx 0,81$ (azaz 81%)	1 pont
Tehát a raktér térfogatának 19%-a lesz üres.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

a)	
A forgáskúp és a henger térfogatának aránya 1 : 3, ezért a forgács térfogata a henger térfogatának a (kétharmad része, azaz kb.) 67%-a.	2 pont
(cm-ben és cm ² -ben számolunk) A henger felszíne $2A = 2r^2\pi + 2r\pi m$, innen $10\,000 = 2r^2\pi + 2r\pi \cdot 30$.	1 pont
$\pi r^2 + 30\pi r - 5000 = 0$	1 pont
$r_1 \approx 27,62, \quad r_2(\approx -57,62) < 0$	1 pont
(A negatív gyök nem megoldás, így) a henger alapkörének sugara kb. 27,62 (cm).	1 pont
A kúp térfogata kb. $\left(\frac{30 \cdot 27,62^2 \pi}{3}\right) \approx 23\,970 \text{ cm}^3$	1 pont
b)	
(cm-ben és cm ² -ben számolunk) A henger felszíne $10\,000 = 2r^2\pi + 2r\pi m$, innen a henger magassága $m = \frac{10\,000 - 2r^2\pi}{2r\pi} = \frac{5000 - r^2\pi}{r\pi}$	2 pont
térfogata $V = r^2\pi m$, tehát $V(r) = 5000r - r^3\pi$ (ahol $0 < r < \sqrt{\frac{5000}{\pi}}$)	2 pont
$V'(r) = 5000 - 3r^2\pi$	1 pont
A térfogat akkor lehet maximális, ha $V'(r) = 0$, azaz $5000 - 3r^2\pi = 0$,	1 pont
innen ($r > 0$ miatt) $r = \sqrt{\frac{5000}{3\pi}} \approx 23,03 \text{ cm}$ (és ez az értelmezési tartományban van).	1 pont
Az $r = \sqrt{\frac{5000}{3\pi}}$ helyen a deriváltfüggvény pozitívból negatívba megy át, ezért az eredeti függvénynek itt (abszolút) maximuma van.	1 pont
Ekkor $m = \frac{5000 - r^2\pi}{r\pi} \approx 46,07 \text{ cm}$	1 pont

213

[Vissza a feladathoz.](#)

Az ABG háromszögben $BG = 10\sqrt{2}$, és (például a térbeli Pitagorasz-tétellel) $AG = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3}$	1 pont
$ABG\angle = 90^\circ$ (mert AB merőleges a $BCGF$ síkra, és így merőleges annak bármely egyenesére).	1 pont
(A beírt kör sugarát az $r = \frac{t}{s}$ képletből számítjuk ki.) Az ABG háromszög területe $t = \frac{AB \cdot BG}{2} = \frac{10 \cdot 10\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}$	2 pont
A háromszög kerülete $10 + 10\sqrt{2} + 10\sqrt{3}$ innen a félkerület hossza $5 + 5\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$	1 pont
A beírt kör sugara $r = \frac{50\sqrt{2}}{5+5\sqrt{2}+5\sqrt{3}} \approx 3,41$ egység.	1 pont

214

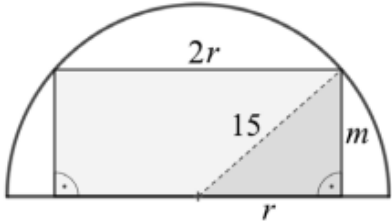
[Vissza a feladathoz.](#)

Az összeolvasztás után kapott gyertya V térfogata $V = r^2\pi h + R^2\pi h = (r^2 + R^2) \cdot \pi h$	1 pont
alapkörének sugara $\sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{r^2 + R^2}$	1 pont
Bizonyítandó, hogy $\sqrt{r^2 + R^2} \geq \sqrt{2rR}$	1 pont
$\sqrt{2}$ -vel osztva kapjuk, hogy $\sqrt{\frac{r^2+R^2}{2}} \geq \sqrt{rR}$, ami éppen a két pozitív szám négyzetes és mértani közepe közti egyenlőtlenség, így igaz. (Az új gyertya sugara valóban legalább $\sqrt{2rR}$, és egyenlőség csak $r = R$ esetén áll fenn).	2 pont

215

[Vissza a feladathoz.](#)

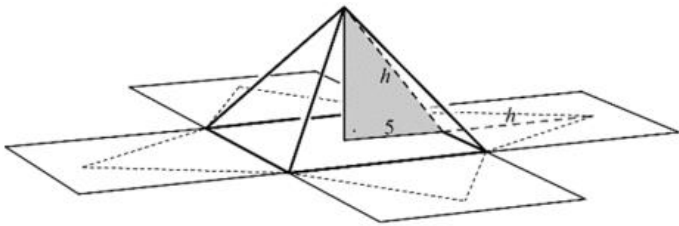
b)

(A hosszúságokat cm-ben, a területeket cm²-ben, a térfogatot cm³-ben adjuk meg.)  Az ábra az m magasságú henger forgástengelyén áthaladó egyik síkmetszetét mutatja. A búra sugara 15, a torta alapkörének sugara r ($0 < r < 15$).	1 pont
Pitagorasz-tétellel: $r^2 + m^2 = 15^2$ ahonnan $r^2 = 225 - m^2$	1 pont
Az m magasságú torta térfogata $V = r^2\pi m = (225 - m^2)\pi m = 225\pi m - \pi m^3$ valóban.	2 pont
c)	
(A hosszúságokat cm-ben, a területeket cm²-ben, a térfogatot cm³-ben adjuk meg.) A búra alatt elhelyezhető legnagyobb térfogatú tortát keressük. A $0 < m < 15$ nyílt intervallumon értelmezett $V(m) = 225\pi m - \pi m^3$ függvénynek ott lehet maximuma, ahol a deriváltja 0. $V'(m) = \pi(225 - 3m^2)$.	1 pont
$225 - 3m^2 = 0$, azaz $m^2 = 75$, $m = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ (ez eleme az értelmezési tartománynak).	1 pont
Ha $m^2 < 75$, akkor $V'(m) > 0$, ha $m^2 > 75$, akkor $V'(m) < 0$, ezért V-nek maximuma van, ha $m^2 = 75$.	1 pont
A maximális térfogatú forgáshenger magasságára $m = 5\sqrt{3}$ ($\approx 8,66$) alapkörének sugarára $r^2 = 225 - 75 = 150$ teljesül	1 pont
ezért a maximális térfogat $V_{\max} = r^2\pi m = 150\pi \cdot 5\sqrt{3} = 750\pi \cdot \sqrt{3}$ (≈ 4081)	1 pont
A félgömb alakú búra térfogata $\frac{2 \cdot 15^3\pi}{3} = 2250\pi$ (≈ 7069)	1 pont

az alatta elhelyezhető legnagyobb torta térfogata ennek $\frac{750\pi \cdot \sqrt{3}}{2250\pi} = \frac{\sqrt{3}}{3} \left(\approx \frac{4081}{7069} \right) \approx 0,577\text{-szerese,}$ ami valóban kisebb 0,6-nél. Az állítás tehát igaz.	1 pont
--	--------

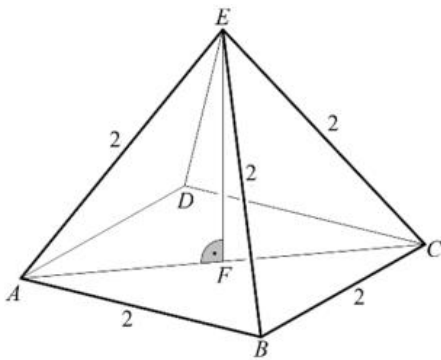
201

[Vissza a feladathoz.](#)

A keletkező hulladék akkor minimális, ha az oldallapok területe, és így (alapélhez tartozó) h magassága maximális, azaz 10 cm.	1 pont
Ekkor a négy oldallap területe $\frac{10 \cdot h}{2} \cdot 4 = 200 \text{ cm}^2$,	1 pont
a hulladék tehát legalább $4 \cdot 10 \cdot 10 - 200 = 200 \text{ cm}^2$.	1 pont
Minél kisebb az oldallapok magassága, annál több a hulladék. A lapmagasságok merőleges vetülete az alaplapon 5 cm, így $h > 5$ cm. (Derékszögű háromszögben az átfogó nagyobb, mint a befogó.) 	1 pont
Az oldallapok területösszege: $\frac{10 \cdot h}{2} \cdot 4 > \frac{10 \cdot 5}{2} \cdot 4 = 100 \text{ cm}^2, \text{ így}$	1 pont
a hulladék kevesebb, mint $4 \cdot 10 \cdot 10 - 100 = 300 \text{ cm}^2$.	1 pont

202

[Vissza a feladathoz.](#)

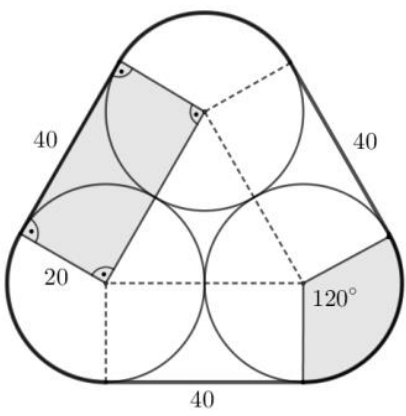
Az alsó réteg négy gömbjének középpontja (az ábrán A, B, C és D) és a második réteg egyetlen gömbjének középpontja (az ábrán E) az $ABCDE$ szabályos négyoldalú gúlát határozza meg. A gúla mindegyik éle 2 cm hosszú. 	2 pont
--	--------

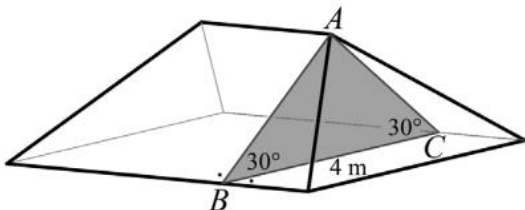
Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

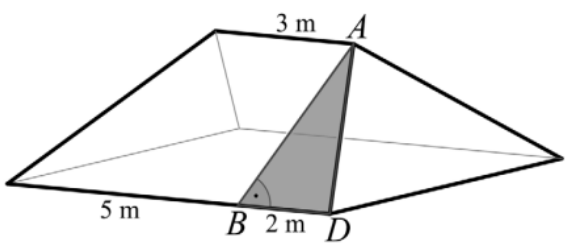
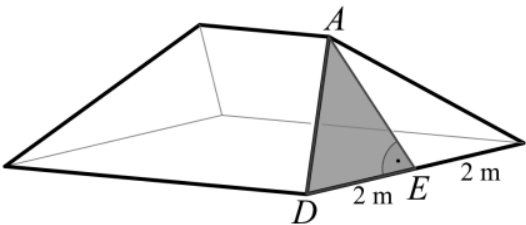
A két rétegű piramis magassága a szabályos gúla (EF) magasságánál ($1 + 1 =$) 2 cm-rel nagyobb (mert az alsó réteg gömbjei az $ABCD$ négyzet síkja alatt 1 cm-rel érintik a vízszintes síkot, a piramis legfelső pontja pedig a gúla E csúcsa fölött van 1 cm-rel).	1 pont
Az $ABCD$ négyzet átlójának hossza $2\sqrt{2}$, ennek fele: $AF = \sqrt{2}$	1 pont
Az AFE derékszögű háromszögben (Pitagorasz-tétellel): $EF = \sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2} = \sqrt{2} \text{ (cm)}$	1 pont
A két rétegű piramis magassága tehát ($\sqrt{2} + 2 \approx$) 3,41 cm.	1 pont

203

[Vissza a feladathoz.](#)

 Az ábra köreinek érintkezése miatt az alapterület felbontható egy 40 mm oldalú szabályos háromszögre (ennek csúcsai a körök középpontjai), három egybevágó téglalapra, továbbá három egybevágó 120°-os középponti szögű körcikkre (amelyek együtt egy teljes kört alkotnak).	2 pont
Az alapterület tehát $40^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot 20 \cdot 40 + 20^2 \cdot \pi \approx 4349 \text{ mm}^2$	2 pont
A doboz térfogata $4349 \cdot 40 = 173\,960 \text{ mm}^3$.	1 pont
A három labda térfogata $4 \cdot 20^3 \cdot \pi \approx 100\,531 \text{ mm}^3$.	1 pont
Ez a doboz térfogatának kb. 58%-a.	1 pont

a)	
A tető alapterülete $7 \cdot 4 = 28 \text{ m}^2$.	1 pont
A tetőre hullott csapadék térfogata $28 \cdot 0,015 = 0,42 \text{ m}^3$,	1 pont
a hordókban összegyűlt víz térfogata $0,42 \cdot 0,95 = 0,399 \text{ m}^3$, egy-egy hordóba tehát (jó közelítéssel) $V = 0,1 \text{ m}^3$ esővíz került.	1 pont
Egy hordó alapterülete $T = r^2\pi = 0,2^2 \cdot \pi \approx 0,126 \text{ m}^2$.	1 pont
A V térfogatú esővíz $\frac{V}{T} = \frac{0,1}{0,126} \approx 0,79 \text{ m}$, azaz 79 cm magasságig tölti meg az egyes hordókat (és ez valóban kisebb, mint a hordó magassága).	1 pont
b)	
A tető A csúcsán áthaladó, az alapsíkjára merőleges, és a tető rövidebb oldalával párhuzamos síkmetszet a padlást olyan ABC egyenlő szárú háromszögben metszi, melynek BC alapja 4 méter hosszú, alapon fekvő szögei pedig 30 fokosak. 	2 pont
A háromszög szárainak hossza $AB = AC = \frac{2}{\cos 30^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 2,31 \text{ (m)}$ ezek egyúttal a tetőt alkotó két trapéz magasságai.	1 pont
A trapézok területe így $T_1 = \frac{7+3}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 11,55 \text{ (m}^2\text{)}$	1 pont

A trapézok szárai a tetőt alkotó két egyenlő szárú háromszögnek is szárai. Az ábra szerinti AD szár az ABD derékszögű háromszögből határozható meg.  $BD = \frac{7-3}{2} = 2 \text{ (m)}$, így a Pitagorasz-tétellel: $AD = \sqrt{2^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{28}{3}} \approx 3,06 \text{ (m)}$	2 pont
 A háztetőt alkotó egyenlőszárú háromszög AE magassága (szintén a Pitagorasz-tétellel): $AE = \sqrt{\frac{28}{3} - 2^2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 2,31 \text{ (m)}$	1 pont
így a háromszög területe $T_2 \approx \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 4,62 \text{ (m}^2\text{)}$	1 pont
A tető teljes felülete $2(T_1 + T_2) = \frac{56}{\sqrt{3}} \approx 32,33 \text{ m}^2$	1 pont
Ekkora felület fedésére $32,33 \cdot 30 \approx 970$ cserépre lesz szükség,	1 pont
a hulladékot is figyelembe véve pedig $\frac{970}{0,92} \approx 1055$ darab cserepet kell vásárolni.	1 pont