

Valószínűségszámítás feladatok az emelt szintű matematika érettségiben

A feladatok megoldásait a feladat sorszáma kattintva találod meg.

261 | 2026. május 6./d

A 9 versenyző közül hárman balkezesek. A bajnokság összes mérkőzése közül véletlenszerűen kiválasztunk 23-at.

Igaz-e, hogy $\frac{1}{30}$ -nél kisebb annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott 23 mérkőzés között nincs olyan, amelyen két balkezes játszik egymás ellen?

[6 pont]

262 | 2026. május 8./b, c, d

Az alábbi táblázat mutatja az egyes nyeremények valószínűségét egy forgatás esetén.

Nyeremény (Ft)	1000	2000	3000	4000
Valószínűség	0,4	0,1	0,3	0,2

b) Határozza meg a nyeremény várható értékét egy forgatás esetén!

[2 pont]

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három forgatással pontosan 6000 Ft-ot nyer a játékos? (Az egyes forgatások kimenetelei függetlenek egymástól.)

[6 pont]

Egy forgatáshoz a játékosnak 2500 Ft-ot kell befizetnie. Egy játékot *igazságosnak* nevezünk, ha a befizetett összeg megegyezik a nyeremény várható értékével.

d) Hogyan kell módosítani az 1000 és a 2000 Ft-os nyereményösszegekhez tartozó valószínűségeket úgy, hogy ez a játék igazságos legyen? (A másik két nyereményhez tartozó valószínűség ne változzon.)

[5 pont]

263 | 2026. május idegen nyelvi 3./c

Jelölje $\overline{ab}$ azt a 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész számot, melynek első számjegye a , második számjegye pedig b ($a \neq 0$ és $b \neq 0$). Jelölje $S(\overline{ab})$ az $\overline{ab} + \overline{ba}$ összeget.

Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen választott 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész $\overline{ab}$ szám esetén $S(\overline{ab})$ háromjegyű?

[7 pont]

264 | 2026. május idegen nyelvi 5./c

A sátorbeosztást végül sorsolással alakítják ki. Egy kalapba betesznek hat cédulát az 1, 2, 2, 3, 3, 3 feliratokkal, és mindenki annyi férőhelyes sátorba kerül, amilyen feliratú cédulát húz.

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Bence és legjobb barátja, Csaba ugyanabba a sátorba kerülnek!

[5 pont]

265 | 2026. május idegen nyelvi 8./c

Egy m pontú teljes gráf pontjait megszámoztuk 1-től m -ig ($m \geq 3$). A gráf élei közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet.

Határozza meg m értékét, ha 0,35 annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott élnek legalább az egyik végpontja a gráf 1-es, 2-es vagy 3-as sorszámu csúcsa!

[7 pont]

251 | 2025. május 5./b

A 33 kitűnő (5,0 átlagú) tanuló közül sorsolással kiválasztanak hármat, akik ingyenes nyári táborozást nyernek.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kisorsolt tanulók között 1 fiú és 2 lány lesz!

[4 pont]

252 | 2025. május 8./b

Egy hatpontú teljes gráf pontjait megszámozzuk 1-től 6-ig. A gráf éleit ezután zöldre vagy pirosra színezzük a következő szabály szerint: két pontot összekötő él zöld lesz, ha a két ponthoz írt számok közül az egyik osztója a másiknak, egyébként pedig piros. A gráf pontjai közül véletlenszerűen kiválasztunk hármat.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott három pontot összekötő három él azonos színű!

[5 pont]

253 | 2025. május 8./c

Egy dobozban 3 zöld és 3 piros golyó van. A dobozból csukott szemmel, visszatevés nélkül addig húzunk egymás után golyókat, amíg vagy a zöld vagy a piros golyók közül kihúzzuk mind a hármat.

Határozza meg a szükséges húzások számának várható értékét!

[7 pont]

254 | 2025. május 9./d

Az n jegyű pozitív egészek közül egyet véletlenszerűen kiválasztva 0,99-nél nagyobb annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám tartalmaz 7-es számjegyet.

Határozza meg n lehetséges értékeit!

[7 pont]

255 | 2025. május idegen nyelvi 6./a, b, c

Anna és Balázs felváltva dobnak egy szabályos dobókockával. A játékot Anna kezdi. Az nyer, aki először dob hatost. (Az első hatosdobás után a játéknak vége van.)

- a) Igazolja, hogy $\frac{5}{36}$ annak a valószínűsége, hogy Balázs az első dobásával megnyeri a játékot!

[3 pont]

- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Anna az első három dobásának valamelyikével megnyeri a játékot!

[4 pont]

- c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Anna nyeri a játékot!

[5 pont]

256 | 2025. május idegen nyelvi 6./d

Egy kísérletben feldobnak két szabályos dobókockát. A kísérlet kimenetele a két dobott érték közül a nem nagyobb.

Határozza meg a kísérlet kimenetelének várható értékét!

[4 pont]

257 | 2025. május idegen nyelvi 6./d

Egy kísérletben feldobnak két szabályos dobókockát. A kísérlet kimenetele a két dobott érték közül a nem nagyobb.

Határozza meg a kísérlet kimenetelének várható értékét!

[3 pont]

258 | 2025. október 5./d

Egy szabályos dobókockával addig dobunk, amíg a dobások közt lesz 2 egyforma értékű.

Határozza meg a szükséges dobások számának várható értékét!

[6 pont]

259 | 2025. október 9./d

Egy iskolai nyilvántartásban (gépi adatrögzítési hiba miatt) a rögzített TAJ számok 1,5%- a hibás. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy egy tetszőleges TAJ szám 0,015 valószínűséggel lesz hibás.) Lekérünk 20 TAJ számot a nyilvántartásból.

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Mennyi annak a valószínűsége, hogy egynél több hibás lesz közöttük?

[5 pont]

241 | 2024. május 3./a, b, c

A kockapóker játékot öt szabályos dobókockával játsszák. A játék célja, hogy a játékosok bizonyos számkombinációkat dobjanak ki a kockákkal. Részletek a játékszabályból:

♣ A dobójátékos először mind az öt kockával dob.

♣ Ha nem elégedett az első dobás eredményével, akkor ezután felvehet tetszőleges számú kockát a lent lévő öt kockából, és azokkal másodszor is dobhat.

A *Sor* számkombináció esetén az öt kockán öt különböző, egymást követő szám szerepel.

A *Royal* számkombináció esetén mind az öt kockán ugyanaz a szám szerepel.

A *Full House* számkombináció esetén az öt kocka közül három kockán ugyanaz a szám szerepel, a maradék két kockán pedig szintén azonos, de az előzőtől eltérő szám szerepel (pl. 1-1-1-4-4).

Mennyi annak a valószínűsége, hogy egynél több hibás lesz közöttük?

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy játékos első dobása *Sor* lesz!

[5 pont]

Egy játékos az első dobásával a 3-3-3-4-5 számokat dobta. A 3-asokat lent hagyja, a másik két kockával pedig másodszor is dob.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a játékos második dobása után kapott számkombináció *Full House* vagy *Royal* lesz!

[3 pont]

Egy „cinkelt” (nem szabályos) dobókockával a 6-os dobás valószínűsége p . Ezzel a kockával kétszer dobunk egymás után. Tudjuk, hogy 0,64 annak a valószínűsége, hogy a két dobásból legalább az egyik 6-os.

c) Számítsa ki p értékét!

[4 pont]

242 | 2024. május 9./b

Egy kispályás labdarúgó-bajnokságban hat csapat körmérkőzést játszik egymással: mindegyik csapat játszik mindegyik másikkal egy-egy mérkőzést. A bajnokság megkezdése előtt a szervezők a mérkőzések közül kisorsolnak hármat, és ezeken a mérkőzéseken doppingellenőrzést tartanak.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy lesz olyan csapat, amelyik mindhárom kisorsolt mérkőzésen szerepel!

[5 pont]

243 | 2024. május 2./b, c

Egy gyakorlott gépirónő a tapasztalatok szerint ötszáz karakterből átlagosan egynél hibázik (ezt tekinthetjük úgy, hogy minden egyes karaktert $\frac{1}{500}$ valószínűséggel ír le hibásan). Egy gépelt oldal kb. 2000 karaktert tartalmaz.

- b) Igazolja, hogy a gépirónő körülbelül 0,0182 valószínűséggel gépel le hibátlanul egy teljes oldalt!

[3 pont]

- c) Ha a gépirónőnek egy 150 oldalas szöveget kell legépelnie, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a legévelt szövegnek lesz legalább két hibátlan oldala?

[5 pont]

244 | 2024. május idegen nyelvi 7./a

Endre, Frici és Gyuri sportlövők. A lőtéren hat lőállás van egymás mellett, 1-től 6-ig megszámozva. Egyik nap az edzőjük véletlenszerűen osztja be őket egy-egy különböző lőállásba.

Melyik esemény a valószínűbb: az, hogy három egymás melletti lőállásba kerülnek, vagy az, hogy közülük semelyik kettő nem kerül szomszédos lőállásba?

[4 pont]

245 | 2024. október 5./c

Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a két dobott szám szorzata 2-vel osztható lesz, de 4-gyel nem!

[5 pont]

246 | 2024. október 7./a

Alízék osztálytermében az egyik fal mellett három sorban 12-12, összesen 36 szekrény található a diákok számára, 1-től 36-ig megszámozva. Az osztályba 33-an járnak. Tanév elején minden diák – sorsolás útján – egy-egy szekrényt kap. Három szekrény így a sorsolás után üresen marad.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Legyen az A esemény az, hogy a három üresen maradó szekrény egy sorban található, a B esemény pedig az, hogy a három üresen maradó szekrény három különböző sorban található. Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége?

[6 pont]

247 | 2024. október 7./a

Alíz, Boglárka, Csenge és Dorka szekrénykulcsai összekeveredtek, és a négy lány véletlenszerűen osztja el egymás közt a négy kulcsot.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy legalább két lány a saját kulcsát kapja vissza!

[7 pont]

231 | 2023. május 5./c

Pali és a testvére, Lilla együtt szeretnének filmet nézni. Három film közül választanak: az egyik a Kocka, a másik A kör, a harmadik pedig a Képlet című film. Pali ezek közül az egyik filmnek 1 pontot, egy másiknak 2 pontot, a harmadiknak pedig 3 pontot ad, majd (Palitól függetlenül) ugyanezt teszi Lilla is. A két pontszámot mindegyik film esetében összeadják, majd a **legkisebb** pontösszegű filmet nézik meg. Ha több ilyen film is van, akkor filmnézés helyett társasjátékoznak.

Ha Pali és Lilla is véletlenszerűen osztja ki a pontszámokat a filmek között, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy filmnézés lesz a pontozás eredménye?

[6 pont]

232 | 2023. május 7./a

Egy gyár a beszállítójától 600 darab terméket rendelt. A gyár csak akkor veszi át a 600 darabot, ha egy **visszatevés nélküli** mintavétellel adódó 15 elemű mintában egyetlen hibás termék sincs.

Ha a 600 termék között 6 hibás van, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintavétel után a gyár átveszi a termékeket?

[3 pont]

233 | 2023. május 7./b

Egy cég reklámja szerint a termékeik legfeljebb 0,5%-a lehet hibás. A minőséget **visszatevéssel** előállított 15 elemű minta alapján ellenőrizték, amelyben 2-szer fordult elő hibás termék.

Tegyük fel, hogy a cég termékeinek pontosan 0,5%-a hibás!

Igazolja, hogy ekkor 1%-nál kisebb annak a valószínűsége, hogy a cég termékei közül visszatevéssel előállított 15 elemű mintában **legalább** 2-szer fordul elő hibás termék!

[6 pont]

234 | 2023. május idegen nyelvi 4./b

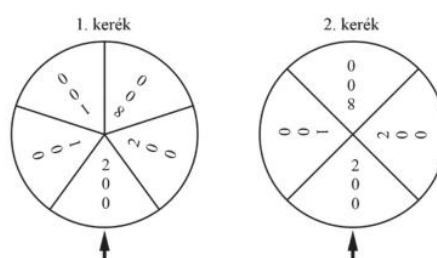
Balázs pontosan 4 tojásból szeretne rántottát készíteni magának. Van 6 tojás a hűtőben, amelyek közül 5 jó és 1 romlott (záp), de ezt ő nem tudja. Balázs sietősen, egymás után üti bele a tojásokat egy tálba. Ha 4 jó tojás kerül a tálba, akkor már készülhet is a rántotta, ha azonban két vagy három jó tojás után a romlott tojás kerül a tálba, akkor sajnos nem sikerül Balázs terve. (Ha romlott tojást üt a tálba, akkor azt Balázs rögtön észreveszi, és az egészet kiönti. Ám ha ekkor még maradt legalább 4 tojás a hűtőben, akkor újra neki lát a rántotta készítésének.)

Számítsa ki, mennyi a valószínűsége annak, hogy Balázs elkészítheti a négytojásos rántottát!

[5 pont]

235 | 2023. május idegen nyelvi 8./a, b, c, d

Egy nyári fesztiválon a résztvevők a „Szerencsekerek” nevű játékkal tehetik próbára a szerencséjüket. Egy játék során a játékosnak két kereket kell külön-külön megforgatnia. A kerek a forgatás után véletlenszerűen áll meg valamelyik számnál. (Az azonos keréken lévő körcikk középponti szöge egyenlő, a kilenc körcikk mindegyikén van egy-egy szám, a 100, a 200 vagy a 800.)



A forgatás előtt egy játékért 200 forintot kell fizetni. Ha a forgatás után a két kerék ugyanannál a számnál áll meg, akkor annyi forintot kap **nyereményként** a játékos, amennyi a két szám összege. (Ha például az ábrán látható módon mindkét kerék a 200-as feliratrál áll meg, akkor $200+200 = 400$ forintot kap a játékos.) Ha a két kerék két különböző számnál áll meg, akkor a játékos nem kap pénzt.

- a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy 10 játék során az 1. kerék pontosan négyszer áll meg 100-as számnál?

[3 pont]

Egy játékot játszva a két kerékkel, a nyereménynek és a játék árának különbsége a játékos **nyeresége**.

- b) Egy játékot játszva mennyi a nyereség várható értéke?

[5 pont]

Ha a két keréken forgatott számok összege 1000, ezt „bingó”-nak nevezik. Ha bingót ér el egy játékos, akkor választhat egy zeneszámot a fesztiválsátorban.

- c) Igazolja, hogy a bingó forgatásának valószínűsége 0,2.

[3 pont]

- d) Hányszor kell játszani ahhoz, hogy legalább 95% legyen annak a valószínűsége, hogy egy játékos legalább egyszer bingót forgasson?

[5 pont]

236 | 2023. október 6./b

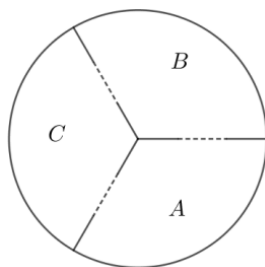
Egy hatfős baráti társaság, Attila, Boróka, Csaba, Dóra, Emil és Fanni három csapatot alkot. Mindhárom csapat 2 tagú, és mind a hatan pontosan egy csapatnak lesznek a tagjai.

Ha véletlenszerűen (például sorsolással) hozzák létre a három csapatot, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy mindhárom csapatba egy fiú és egy lány kerül?

[4 pont]

237 | 2023. október 8./a, b, c, d

Egy számítógépes játékban egy kör alakú tartomány az ábra szerint három résztartományra van felosztva (A, B, C). Bármely két tartomány között egy átjáró van (az ábrán szaggatott vonallal jelölve). A tartományok közötti átjárók mindegyike a többitől függetlenül p valószínűséggel van nyitva ($0 < p < 1$). Egyik tartományból a másikba csak nyitott átjárón (vagy átjárókon) keresztül lehet eljutni.



Legyen az E_0 esemény az, hogy az A tartományból nem lehet másik tartományba eljutni.

- a) Mutassa meg, hogy az E_0 esemény valószínűsége $1 - 2p + p^2$.

[3 pont]

- b) Hogyan kell megválasztani a p értékét úgy, hogy az E_0 esemény valószínűsége legfeljebb 0,01 legyen?

[3 pont]

egyen az E_1 esemény az, hogy az A tartományból pontosan egy másik tartományba lehet eljutni, az E_2 esemény pedig az, hogy az A tartományból mindkét másik tartományba el lehet jutni (nem feltétlenül közvetlenül).

- c) Igazolja, hogy az E_1 esemény valószínűsége $2p - 4p^2 + 2p^3$, az E_2 esemény valószínűsége pedig $3p^2 - 2p^3$.

[5 pont]

- d) Határozza meg a p valószínűség értékét úgy, hogy az E_1 esemény valószínűsége a lehető legnagyobb legyen, majd számítsa ki ekkor az E_1 esemény valószínűségét!

[5 pont]

221 | 2022. május 4./b, c

Egy dobozban 3 piros és 7 kék golyó található.

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

- b) Kihúzzunk a dobozból egymás után **két** golyót úgy, hogy az elsőként kihúzott golyót a húzás után **nem tesszük vissza**. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kihúzott két golyó között lesz piros!

[4 pont]

- c) Kihúzzunk a 10 golyó közül egymás után **három** golyót úgy, hogy a kihúzott golyót a következő húzás előtt mindig **visszatesszük**. Legyen az A esemény az, hogy a kihúzott három golyó közül pontosan kettő piros, a B esemény pedig az, hogy a kihúzott golyók között van piros. Határozza meg a $P(A|B)$ valószínűséget!

[5 pont]

222 | 2022. május 8./c

András, Bori, Csaba és Dóra egy szabályos dobókockával dobnak egyet-egyet, és az nyer, aki a legnagyobb olyan számot dobta, amit a többiek nem dobtak (például 6, 6, 4, 1 dobások esetén a 4-est dobó játékos nyer). Ha nincs ilyen szám, akkor nem nyer senki. Bori 5-öst dobott, a többiek ezután fognak dobni.

Mennyi a valószínűsége annak, hogy Bori nyer?

[6 pont]

223 | 2022. május idegen nyelvi 1./c

Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a második dobás nagyobb lesz, mint az első?

[4 pont]

224 | 2022. május idegen nyelvi 5./c

Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza 8 cm, 15 cm és 17 cm. A háromszöglemez egy pontját véletlenszerűen kiválasztjuk.

Mennyi annak a valószínűsége, hogy ez a pont mindegyik csúcstól legalább 3 cm távolságra lesz?

[7 pont]

225 | 2022. május idegen nyelvi 6./c

Minden egyes elkészült termék (egymástól függetlenül) p valószínűséggel selejtes. Egy kamion több ezer lábost szállított a megrendelőnek, melyek közül a minőségellenőrök 20-at vizsgálnak meg a szállítmány átvétele előtt.

Legfeljebb mekkora lehet p értéke, ha legalább 0,8 annak a valószínűsége, hogy a 20 megvizsgált termék egyike sem selejtes?

[5 pont]

226 | 2022. október 3./b, c

A részletesebb vizsgálatok szerint a cég által gyártott töltők 90 százaléka legalább 50 hónap élettartamú (ezt tekinthetjük úgy, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott töltő 0,9 valószínűséggel legalább 50 hónap élettartamú).

- b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy szakboltba kiszállított 20 darab töltő között legfeljebb kettő olyan található, amelynek az élettartama 50 hónapnál kevesebb?

[5 pont]

Ismert az is, hogy 0,75 annak a valószínűsége, hogy öt darab véletlenszerűen kiválasztott töltő mindegyikének élettartama 55 hónapnál kevesebb.

- c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy darab véletlenszerűen kiválasztott töltő élettartama legalább 55 hónap?

[3 pont]

227 | 2022. október 9./b, c

Egy jótékonyági rendezvényen sorsjegyeket árulnak. A sorsjegyek 40%-a kék, 60%-a zöld. A különböző színű sorsjegyekhez tartozó nyeremények arányát mutatja a táblázat (például az összes kék sorsjegynek a 35%-a tárgynyereményt nyer).

	kék	zöld
tárgynyereményt nyer	35%	40%
1000 Ft-os könyvutalványt nyer	20%	30%
5000 Ft-os könyvutalványt nyer	5%	—
nem nyer	40%	30%

Véletlenszerűen kiválasztunk egy sorsjegyet. Legyen az A esemény az, hogy ez a sorsjegy tárgynyereményt nyer, a B esemény pedig az, hogy ez a sorsjegy kék.

- b) Igazolja, hogy $P(A) = 0,38$. Számítsa ki a $P(B | A)$ feltételes valószínűséget! Függetlenek-e az A és B események?

[8 pont]

- c) Határozza meg az egy kék sorsjegyre eső nyeremény várható értékét, ha a tárgynyereményt 500 Ft-os értéken vesszük figyelembe!

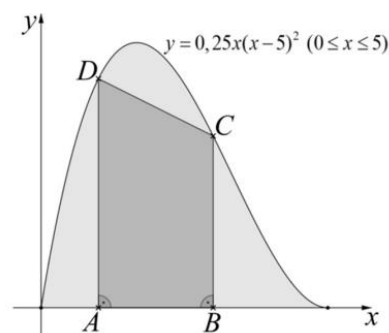
[3 pont]

211 | 2021. május 4./b

Adott az $y = 0,25x(x - 5)^2$ ($0 \leq x \leq 5$) egyenletű görbe.

Az $ABCD$ derékszögű trapéz egyik szárának két végpontja az $A(1; 0)$, illetve a $B(3; 0)$ pont, a másik két csúcsa pedig a megadott görbén van, az ábra szerint. A megadott görbe és az x tengely $[0; 5]$ szakasza egy korlátos síkidomot fog közre.

Ha véletlenszerűen kiválasztjuk ennek a korlátos síkidomnak egy pontját, akkor mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott pont a trapéznak is pontja lesz?



[10 pont]

212 | 2021. május 5./c

Tudjuk, hogy az A, B, C kijelentések mindegyike 0,6 valószínűséggel igaz és 0,4 valószínűséggel hamis. Ebben az esetben mennyi annak a valószínűsége, hogy az $(A \wedge B) \vee C$ kijelentés igaz?

[5 pont]

213 | 2021. május 8./c

Az összes sorsjegy 5%-a nyerő. Kétféle nyeremény van: 2500 Ft-os és 50 000 Ft-os. A 2500 Ft-os nyerő sorsjegyből pontosan 24-szer annyi van, mint az 50 000 Ft-osból.

Töltsd ki az alábbi táblázat üres mezőit, majd számítsa ki egy darab sorsjegy nyereményének várható értékét!

1 db sorsjegy nyereménye (Ft)	0	2500	50 000
nyeremény valószínűsége	0,95		

[4 pont]

214 | 2021. május 9./c

Kiderült, hogy a fák egy részében megtelepedtek a szűbogarok. Bármelyik fát kiválasztva 4% annak a valószínűsége, hogy van benne szű. Az egyik vásárló cég 50 fát vett.

Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb egy szűrágta fa kerül a rakományába?

[4 pont]

215 | 2021. május idegen nyelvi 3./b

Az egyetem több ezer hallgatójának 60%-a fiú, 40%-a lány. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy 0,6 annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen választott hallgató fiú, és 0,4 annak a valószínűsége, hogy lány.)

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Ha az egyetem büfájében egy asztalhoz véletlenszerűen ül le négy hallgató, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy több fiú van közöttük, mint lány?

[4 pont]

216 | 2021. május idegen nyelvi 3./c

Ha három lányhallgató találkozik véletlenszerűen, akkor 0,008 annak a valószínűsége, hogy mindegyikük rendszeresen sportol.

A lányok hányadrésze sportol rendszeresen?

[3 pont]

217 | 2021. május idegen nyelvi 6./b

Egy szabályos dobókockával háromszor dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a másodiknak dobott szám éppen a másik két dobott szám átlaga?

[8 pont]

218 | 2021. október 3./b

A 8-as számrendszerben háromjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott szám a 9-es számrendszerben is háromjegyű?

[7 pont]

219 | 2021. október 8./b

Egy áruházláncban minden *Kocka* csokoládé vásárlásakor a csoki mellé ajándékba adnak egy „zsákbamacska” csomagot, amelyben egy kis fémkocka van. A fémkocka mindegyik lapja sárga vagy kék színűre van festve úgy, hogy mind a két színű lap előfordul.

Dórinak 7 különböző színezésű kockája van, így már csak egy hiányzik a teljes készlethez, hogy abból nyakláncot készítsen magának. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha 3 darab *Kocka* csokoládét vesz, akkor meglesz a teljes készlete?

(Feltételezhetjük, hogy mindegyik kockafajta ugyanakkora valószínűséggel fordul elő a csomagokban.)

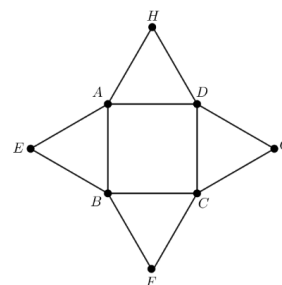
[4 pont]

201 | 2020. május 3./b

Tekintsük az ábrán látható nyolcpontú gráfot.

A gráfban véletlenszerűen kiválasztunk két csúcsot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két csúcsot él köti össze a gráfban?

[4 pont]



Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

202 | 2020. május 6./b

Az ötöslottó-játékban az első 90 pozitív egész számból kell öt különbözőt megjelölni. A sorsoláson öt (különböző) nyerőszámot húznak ki. (Sem a megjelölés, sem a kihúzás sorrendje nem számít.)

Kati a 7, 9, 14, 64, 68 számokat jelölte meg. A sorsoláson az első három kihúzott nyerőszám a 7, a 9 és a 14 volt. Kati úgy gondolja, hogy most nagy esélye van legalább négy találatot elérni.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a hátralevő két nyerőszám közül Kati legalább az egyiket eltalálja!

[6 pont]

203 | 2020. május 8./b, c

Egy másik étteremben 12 és 14 óra között 3900 Ft befizetéséért annyit eszik és iszik a vendég, amennyit szeretne.

A befizetendő összeget egy előzetes felmérés alapján állapították meg. A felmérés során minden vendég esetén összeadták az elfogyasztott étel és ital árát az adott fogyasztáshoz tartozó összes egyéb költséggel. Az összesített költségek alapján osztályokba sorolták a vendégeket aszerint, hogy az étteremnek hány forintjába kerültek.

Az alábbi táblázat mutatja a felmérés eredményét. A táblázat első sorában az osztályközépek láthatók.

fejenként ennyi Ft-ba került az étteremnek	1000	1900	2800	3600	4400	5200
a vendégek ennyi %-a	10	20	25	30	10	5

- b) A felmérés eredményét felhasználva számítsa ki, hogy ennek az étteremnek 1000 vendég esetén mekkora a várható haszna!

[3 pont]

- c) A fenti táblázat értékeivel számolva mennyi a valószínűsége, hogy két (ebédre betérő) vendég együttes fogyasztása veszteséget jelent az étteremnek?

(A táblázatba foglalt információkat tekinthetjük úgy, hogy egy véletlenszerűen betérő vendég esetén pl. 0,25 annak a valószínűsége, hogy a vendég 2800 Ft-ba kerül az étteremnek.)

[6 pont]

204 | 2020. május idegen nyelvi 5./b

A háromjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott szám számjegyei balról jobbra egyesével nőnek vagy egyesével csökkennek.

[5 pont]

205 | 2020. május idegen nyelvi 6./c

Egy n pontú teljes gráf egyik élét pirosra színeztük ($n \geq 3$). Ezután a többi él közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Legyen az A esemény az, hogy a kiválasztott élnek és a pirosra színezett élnek van közös csúcsa, a B esemény pedig az, hogy nincs közös csúcsuk.

Ha az A és a B esemény egyenlő valószínűségű, akkor hány pontja van a gráfnak?

[9 pont]

206 | 2020. május idegen nyelvi 7./a

Egy társasjátékban a játékosok egyforma méretű golyókból négy rétegű piramist építenek (ábra). A piramist $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$ golyó alkotja, amelyek közül 15 sötét, a többi 15 pedig világos. A piramis építéséhez szükséges 30 golyót először kikészítik egy dobozba, majd az építés során a golyókat véletlenszerűen veszik ki a dobozból.



Mekkora annak a valószínűsége, hogy a fölülről számított második rétegbe kerülő 4 golyó mindegyike sötét színű lesz?

[4 pont]

207 | 2020. október 3./b

Egy dobozban több ezer érme van, amelyek 3%-a hibás. Az érmék közül véletlenszerűen kiválasztunk 80-at. (Az érmék nagy száma és az alacsony hibaszázalék miatt a kiválasztás visszatevéses mintavétellel is modellezhető.)

Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 hibás érme lesz a kiválasztott érmék között?

[5 pont]

208 | 2020. október 8./b, c

Egy szerepjátékhoz használt dobókocka három lapján 3-as, két lapján 2-es, egy lapján 1-es szám van. A feldobott kocka mindegyik lapjára egyforma valószínűséggel esik.

- b) Két ilyen dobókockával egyszerre dobva mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege 4 lesz?

[5 pont]

Andi és Béla a következő játékot játsszák ezzel a dobókockával. Valamelyikük dob egyet a kockával. Ha a dobás eredménye 3, akkor Andi fizet Bélának n forintot ($n > 80$); ha a dobás eredménye 1, akkor Béla fizet $(n - 80)$ forintot Andinak; ha pedig a dobás eredménye 2, akkor is Béla fizet Andinak $2(n - 80)$ forintot.

- c) Mennyit fizet Béla Andinak az 1-es dobása esetén, ha ez a játék igazságos, azaz mindkét játékos nyereményének várható értéke 0?

[6 pont]

Megoldások

261

[Vissza a feladathoz.](#)

A bajnokságban összesen $\binom{9}{2} = 36$ mérkőzésre kerül sor.	1 pont
36 mérkőzés közül 23-at $\binom{36}{23} (= 2\,310\,789\,600)$ -féleképpen választhatunk ki (összes eset száma).	1 pont
A 36 mérkőzés között $\binom{3}{2} = 3$ olyan van, amelyen két balkezes játszik egymással, tehát a kedvező esetek azok, amikor a másik 33 mérkőzés közül választjuk ki a 23 mérkőzést.	1 pont
A kedvező esetek száma $\binom{33}{23} (= 92\,561\,040)$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott mérkőzések között nincs olyan, amelyen két balkezes játszik egymással, $\frac{\binom{33}{23}}{\binom{36}{23}} \approx 0.04006$.	1 pont
Tehát nem igaz, hogy ez a valószínűség kisebb, mint $\frac{1}{30} = 0,0\dot{3}$.	1 pont

262

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
Egy forgatás esetén a nyeremény várható értéke: $1000 \cdot 0,4 + 2000 \cdot 0,1 + 3000 \cdot 0,3 + 4000 \cdot 0,2 = 2300$ (Ft).	2 pont
c)	
(Három forgatással 6000 Ft-ot – a forgatások sorrendjétől eltekintve – háromféleképpen érhetünk el.) $A = 2000 + 2000 + 2000$, ennek valószínűsége: $P(A) = 0,1^3 = 0,001$.	1 pont
$B = 3000 + 2000 + 1000$, és ezeket a nyereményeket 3!-féle sorrendben forgathatjuk ki. $P(B) = 3! \cdot 0,3 \cdot 0,1 \cdot 0,4 = 0,072$	2 pont
$C = 4000 + 1000 + 1000$, és ezeket a nyereményeket 3-féle sorrendben forgathatjuk ki. $P(C) = 3 \cdot 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,096$	2 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A kért valószínűség ezek összege, azaz $0,001 + 0,072 + 0,096 = 0,169$.	1 pont
d)	
Az 1000 Ft-os nyeremény módosított valószínűségét jelölje p , ekkor a 2000 Ft-os nyeremény módosított valószínűsége $0,5 - p$.	1 pont
A várható értékre vonatkozó feltétel alapján: $1000 \cdot p + 2000 \cdot (0,5 - p) + 3000 \cdot 0,3 + 4000 \cdot 0,2 = 2500$.	1 pont
$2700 - 1000p = 2500$	1 pont
Így az 1000 Ft-os nyeremény valószínűsége $p = 0,2$,	1 pont
a 2000 Ft-os nyeremény valószínűsége pedig $(0,5 - 0,2 =) 0,3$ legyen.	1 pont

263

[Vissza a feladathoz.](#)

A kétjegyű szám nem tartalmazhat 0-t, ezért a és b értéke is az 1, 2, ..., 9 közül választható.	1 pont
Összesen $9 \cdot 9 = 81$ -féle számot képezhetünk.	1 pont
$S(\overline{ab}) = 11(a + b)$ akkor háromjegyű, ha $a + b \geq 10$	1 pont
Ha a értéke 1, akkor b értéke csak 9 lehet, ha a értéke 2, akkor b értéke csak 8 vagy 9 lehet, és így tovább. Ha a értéke 9, akkor b értéke 1, 2, ..., 9 lehet.	2 pont
Ez összesen $1 + 2 + \dots + 9 = 45$ lehetőség (kedvező esetek száma).	1 pont
A keresett valószínűség tehát $\frac{45}{81} = \frac{5}{9} (\approx 0,556)$.	1 pont

264

[Vissza a feladathoz.](#)

Bence és Csaba számára a 6 cédula közül kettőt (ezek sorrendjére való tekintet nélkül) $\binom{6}{2} = 15$ -féleképpen választhatunk ki (összes eset száma).	1 pont
Ebből kedvező, ha a két 2-est húzzák (1 lehetőség),	1 pont
vagy a három 3-as közül bármelyik kettőt, ez $\binom{3}{2} = 3$ lehetőség.	1 pont
Így a kedvező esetek száma $(1 + 3 =) 4$.	1 pont
A keresett valószínűség tehát $\frac{4}{15} (\approx 0,267)$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

265

[Vissza a feladathoz.](#)

Az m pontú teljes gráfnak $\binom{m}{2} = \frac{m(m-1)}{2}$ éle van (összes eset száma).	1 pont
Az 1-es, a 2-es és a 3-as sorszámú csúcsból is $m - 1$ él húzható. Ez összesen $3m - 3$ él.	1 pont
De ekkor az 1-es, 2-es és 3-as sorszámú csúcsok közt haladó három élt kétszer is megszámoltuk, így a kedvező esetek száma $3m - 6$.	1 pont
A feltétel szerint $\frac{3m-6}{\frac{m(m-1)}{2}} = 0,35$.	1 pont
$0,35m^2 - 6,35m + 12 = 0$	1 pont
Ennek a gyökei $\frac{15}{7}$ és 16,	1 pont
melyek közül a $\frac{15}{7}$ nem felel meg a feltételnek, tehát $m = 16$.	1 pont

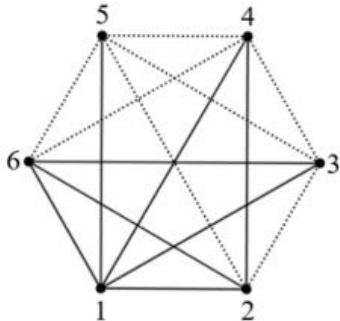
251

[Vissza a feladathoz.](#)

A 13 fiú és a 20 lány közül 1 fiút és 2 lányt $\binom{13}{1} \binom{20}{2} (= 2470)$ -féleképpen lehet kiválasztani (kedvező esetek száma).	2 pont
A 33 kitűnő tanuló közül 3-at $\binom{33}{3} (= 5456)$ -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	1 pont
Tehát a keresett valószínűség $\frac{\binom{13}{1} \binom{20}{2}}{\binom{33}{3}} \approx 0,453$.	1 pont

252

[Vissza a feladathoz.](#)

 (a zöld éleket folytonos, a piros éleket pontozott vonallal jelöltük)	1 pont
A hat pont közül hármat $\binom{6}{3} = 20$ -féleképpen választhatunk ki (összes eset száma).	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A kedvező esetek száma 6 (zöld: 1-2-4, 1-2-6, 1-3-6; piros: 2-3-5, 3-4-5, 4-5-6).	2 pont
A kért valószínűség így $\frac{6}{20} = 0,3$.	1 pont

253

[Vissza a feladathoz.](#)

Jelölje $P(n)$ annak a valószínűségét, hogy n húzásra van szükség. $(P(1) = P(2) = P(6) = 0)$ Három húzásra van szükség, ha a 2. és 3. húzás színe megegyezik az 1. húzás színével: $P(3) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$.	1 pont
4 húzásra van szükség és zöld a 4. húzás a PZZZ, ZPZZ vagy ZPPZ sorrendek esetén. Ugyanígy három megfelelő sorrend van akkor, ha piros a 4. húzás.	1 pont
Minden ilyen húzási sorrend valószínűsége $\frac{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{1}{20}$, tehát $P(4) = 6 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{10}$.	1 pont
5 húzásra akkor van szükség, ha az első 4 húzás között (a sorrendre való tekintet nélkül) 2-2 zöld és piros van.	1 pont
Ennek a valószínűsége $P(5) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{6}{4}} = \frac{3}{5}$.	1 pont
A szükséges húzások számának várható értéke: $\sum_{i=3}^5 P(i) \cdot i = \frac{1}{10} \cdot 3 + \frac{3}{10} \cdot 4 + \frac{3}{5} \cdot 5 = 4,5$	2 pont

254

[Vissza a feladathoz.](#)

Komplementer módszerrel dolgozunk: $P(\text{van benne 7-es}) = 1 - P(\text{nincs benne 7-es}) =$	1 pont
$= 1 - \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}$	1 pont
Így megoldandó az alábbi egyenlőtlenség: $1 - \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1} > 0,99$	1 pont
Rendezve: $\frac{9}{800} > 0,9^{n-1}$.	1 pont
Mivel az $x \mapsto \log_{0,9} x$ függvény szigorúan monoton csökkenő,	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

$n > \log_{0,9} \frac{9}{800} + 1 \approx 43,59$	1 pont
tehát $n \geq 44$ ($n \in \mathbb{N}$).	1 pont

255

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
Annak a valószínűsége, hogy Anna az első dobásával nem nyer (és így Balázs dobhat), $\frac{5}{6}$.	1 pont
Balázs ezután (Anna első dobásától függetlenül) $\frac{1}{6}$ valószínűséggel nyer,	1 pont
így a keresett valószínűség $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$ valóban.	1 pont
b)	
Annak a valószínűsége, hogy Anna az első dobásával nyer, $\frac{1}{6}$.	1 pont
Második dobásával úgy nyer Anna, ha az első dobása egyiküknek sem hatos, másodikkra viszont ő hatost dob. Ennek a valószínűsége $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}$ ($\approx 0,116$).	1 pont
Harmadik dobásával úgy nyer Anna, ha az első 2-2 dobása egyiküknek sem hatos, harmadikkra viszont ő hatost dob. Ennek a valószínűsége $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6}$ ($\approx 0,080$)	1 pont
A keresett valószínűség ezek összege, tehát $\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{25}{36} + \frac{625}{1296}\right) \approx 0,363$	1 pont
c)	
(Annak a valószínűsége, hogy Anna az első dobásával nyer, $\frac{1}{6}$, a második dobásával nyer, $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}$, a harmadik dobásával nyer, $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6}$.) És így tovább, annak a valószínűsége, hogy Anna az n-edik dobásával nyer, $\left(\frac{5}{6}\right)^{2n-2} \cdot \frac{1}{6}$ (n pozitív egész).	1 pont
Ezek a valószínűségek egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjai, amelynek első tagja $a_1 = \frac{1}{6}$, hányadosa pedig $q = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$.	2 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A játék tetszőleges sok dobásból állhat, így a mértani sorozatból képzett végtelen mértani sor összegét kell meghatározni (ami létezik, mivel $0 < q < 1$).	1 pont
Anna győzelmének valószínűsége: $S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{11}{36}} = \frac{6}{11} (\approx 0,545)$	1 pont

256

[Vissza a feladathoz.](#)

Két kockával az összes (egyenlően valószínű) lehetséges eset száma $6 \cdot 6 = 36$, ezek közül rendre 11, 9, 7, 5, 3, illetve 1 esetben lesz a nem nagyobb dobott érték 1, 2, 3, 4, 5, illetve 6.							1 pont
a nem nagyobb szám értéke	1	2	3	4	5	6	
valószínűsége	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$	
A keresett várható érték:							1 pont
$\frac{11}{36} \cdot 1 + \frac{9}{36} \cdot 2 + \frac{7}{36} \cdot 3 + \frac{5}{36} \cdot 4 + \frac{3}{36} \cdot 5 + \frac{1}{36} \cdot 6 =$							
$= \frac{91}{36} (\approx 2,528)$							1 pont

257

[Vissza a feladathoz.](#)

(Ha a húzások sorrendjét nem vesszük figyelembe, akkor) a 40 hajó közül kettőt $\binom{40}{2} (= 780)$ -féleképpen lehet kihúzni (összes eset száma).	1 pont
(A hajók között 35 nem nyerő van.) Egy nyerő és egy nem nyerő hajót $\binom{5}{1} \binom{35}{1} (= 175)$ - féleképpen lehet kihúzni (kedvező esetek száma).	1 pont
A kért valószínűség így $\frac{\binom{5}{1} \binom{35}{1}}{\binom{40}{2}} = \frac{175}{780} = \frac{35}{156} \approx 0,224$.	1 pont

258

[Vissza a feladathoz.](#)

Legalább 2 dobásra szükség van, és legkésőbb a 7. dobásra biztosan lesz két egyforma.	1 pont
---	--------

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

$P(n)$ jelölje annak a valószínűségét, hogy n dobásra van szükség. (Elsőre bármit dobhatunk.) $P(2) = \frac{1}{6}$, $P(3) = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{18}$, $P(4) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{18}$, $P(5) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{27}$ $P(6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{324}$, $P(7) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{5}{324}$.	3 pont
A dobások számának várható értéke: $\sum_{i=2}^7 P(i) \cdot i = \frac{1223}{324} \approx 3,775.$	2 pont

259

[Vissza a feladathoz.](#)

Annak a valószínűsége, hogy egy TAJ szám nem hibás: 0,985.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy a 20 darab TAJ számból egy sem hibás: $0,985^{20} \approx 0,739$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy a 20 darab TAJ számból pontosan egy hibás: $20 \cdot 0,985^{19} \cdot 0,015 \approx 0,225$.	2 pont
A kért valószínűség (komplementer módszerrel számolva) így $1 - 0,739 - 0,225 \approx 0,036$.	1 pont

241

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
Az összes lehetséges (egyenlő valószínűségű) kimenetel száma $6^5 (= 7776)$.	1 pont
A <i>Sor</i> számkombináció 2-féle lehet (1-2-3-4-5 vagy 2-3-4-5-6).	1 pont
Mindkettő $5! (= 120)$ -féleképpen lehetséges.	1 pont
Így a kedvező kimenetek száma $2 \cdot 5! (= 240)$.	1 pont
A kért valószínűség tehát $\frac{240}{7776} \left(= \frac{5}{162} \right) \approx 0,031$	1 pont
b)	
A két kockával összesen 36-félét dobhatunk.	1 pont

(Ha az újra felvett két kockával két egyforma számot dob a játékos, akkor két 3-as esetén Royal, különben Full House számkombinációt kap. Tehát) 6-féle kedvező dobás lehetséges.	1 pont
A kért valószínűség tehát $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.	1 pont
c)	
A komplementer esemény (egyik dobás sem 6-os) valószínűsége $(1 - p)^2$.	1 pont
Így $(1 - p)^2 = (1 - 0,64) = 0,36$.	1 pont
$1 - p = 0,6$ (mert $p \leq 1$)	1 pont
$p = 0,4$	1 pont

242

[Vissza a feladathoz.](#)

A bajnokságban összesen $\binom{6}{2} = 15$ mérkőzést játszanak le.	1 pont
Ezek közül 3-at $\binom{15}{3} = 455$ -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset).	1 pont
A mindhárom mérkőzésen szereplő csapat 6-féle lehet. Ennek a csapatnak az 5 mérkőzéséből 3-at $\binom{5}{3} = 10$ -féleképpen lehet kiválasztani. A kedvező esetek száma így $6 \cdot 10 = 60$.	2 pont
Tehát a keresett valószínűség $\frac{60}{455} = \frac{12}{91} \approx 0,132$.	1 pont

243

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
Annak a valószínűsége, hogy a gépirónő egy karaktert helyesen gépel le: $(1 - 0,002) = 0,998$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy egy teljes oldal (2000 karakter) hibátlan: $0,998^{2000} \approx$	1 pont
$\approx 0,0182$ valóban.	1 pont
c)	
Annak a valószínűsége, hogy egy adott oldalon van hiba: $(1 - 0,0182) = 0,9818$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Annak a valószínűsége, hogy 150 oldalból egy sem hibátlan: $P(0) = 0,9818^{150} \approx 0,0636$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy 150 oldalból pontosan egy hibátlan: $P(1) = \binom{150}{1} \cdot 0,0182 \cdot 0,9818^{149} \approx 0,1768$.	2 pont
Annak a valószínűsége, hogy 150 oldalból legalább két oldal hibátlan: $1 - P(0) - P(1) \approx 0,760$.	1 pont

244

[Vissza a feladathoz.](#)

Három egymás melletti helyet 4-féleképpen lehet kiválasztani: az 1-2-3, 2-3-4, 3-4-5, 4-5-6 hármasok bármelyikét választhatjuk.	1 pont
Szintén 4-féleképpen lehet kiválasztani három, páronként nem szomszédos helyet: az 1-3-5, 1-3-6, 1-4-6, 2-4-6 hármasok bármelyikét választhatjuk.	1 pont
A kedvező esetek (és az összes eset) száma mindkét választás esetében ugyanannyi,	1 pont
a két esemény valószínűsége tehát egyenlő.	1 pont

245

[Vissza a feladathoz.](#)

A két dobás 36-féle lehet (összes eset).	1 pont
Kedvező esetek azok, amikor az egyik szám páros, de 4-gyel nem osztható (2 vagy 6), a másik pedig páratlan (1, 3, vagy 5).	1 pont
Mivel minden megfelelő számpárt kétféle sorrendben dobhatunk, a kedvező esetek száma $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.	2 pont
A keresett valószínűség így $\frac{12}{36} = \frac{1}{3} (\approx 0,333)$.	1 pont

246

[Vissza a feladathoz.](#)

(A kiválasztás sorrendjét nem vesszük figyelembe. A sorsolás után üresen maradt szekrényeket vizsgáljuk. Bármely három szekrény azonos valószínűséggel marad üresen.) 36 szekrény közül hármat $\binom{36}{3} (= 7140)$ -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	1 pont
---	--------

Három szekrényt egy adott sorból $\binom{12}{3}$ ($= 220$)-féleképpen lehet kiválasztani. Mivel három sor van, ebben az esetben a kedvező esetek száma $3 \cdot \binom{12}{3}$ ($= 660$).	1 pont
Az A esemény valószínűsége így $\frac{3 \cdot \binom{12}{3}}{\binom{36}{3}} \approx 0,092$.	1 pont
Három különböző sorból egy-egy szekrényt $12 \cdot 12 \cdot 12$ ($= 1728$)-féleképpen lehet kiválasztani.	1 pont
A B esemény valószínűsége így $\frac{12 \cdot 12 \cdot 12}{\binom{36}{3}} \approx 0,242$.	1 pont
Tehát a B esemény valószínűsége nagyobb.	1 pont

247

[Vissza a feladathoz.](#)

A kulcsokat $4!$ ($= 24$)-féle sorrendben oszthatják ki (összes eset száma).	1 pont
Kedvező esetek: I. Lehetséges, hogy mind a négyen a saját kulcsukat kapják vissza, ez 1 eset.	1 pont
Az nem lehetséges, hogy pontosan hárman kapják vissza a saját kulcsukat (hiszen ekkor a negyedik lány is a sajátját kapná vissza).	1 pont
II. Ha pontosan ketten kapják vissza a saját kulcsukat, akkor a másik két lány felcserélve kapja vissza a kulcsait.	1 pont
$\binom{4}{2} = 6$ -féleképpen tudjuk kiválasztani azt a két lányt, aki a saját kulcsát kapja vissza (a másik két kulcs kiosztása ezek után egyértelmű).	1 pont
A kedvező esetek száma tehát $(1 + 6 =) 7$.	1 pont
A keresett valószínűség így $\frac{7}{24} \approx 0,292$.	1 pont

231

[Vissza a feladathoz.](#)

Feltehetjük, hogy Pali a <i>Kocka</i> című filmnek 1, a <i>kör</i> -nek 2, a <i>Képlet</i> -nek pedig 3 pontot adott. Lilla 6-féleképpen pontozhat, megvizsgáljuk, hogy az egyes esetekben néznek-e filmet.	1 pont
---	--------

<table><tr><td>P</td><td>L</td><td>L</td><td>L</td><td>L</td><td>L</td><td>L</td></tr><tr><td>Kocka: 1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>A kör: 2</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>Képlet: 3</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>Összegek</td><td>2,4,6</td><td>2,5,5</td><td>3,3,6</td><td>3,5,4</td><td>4,3,5</td><td>4,4,4</td></tr><tr><td>Filmnézés</td><td>I</td><td>I</td><td>N</td><td>I</td><td>I</td><td>N</td></tr></table>							P	L	L	L	L	L	L	Kocka: 1	1	1	2	2	3	3	A kör: 2	2	3	1	3	1	2	Képlet: 3	3	2	3	1	2	1	Összegek	2,4,6	2,5,5	3,3,6	3,5,4	4,3,5	4,4,4	Filmnézés	I	I	N	I	I	N	4 pont
P	L	L	L	L	L	L																																											
Kocka: 1	1	1	2	2	3	3																																											
A kör: 2	2	3	1	3	1	2																																											
Képlet: 3	3	2	3	1	2	1																																											
Összegek	2,4,6	2,5,5	3,3,6	3,5,4	4,3,5	4,4,4																																											
Filmnézés	I	I	N	I	I	N																																											
(Mivel Pali bármely pontsorrendje esetén a 6 lehetséges esetből 4-ben néznek filmet, ezért) a kért valószínűség $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.							1 pont																																										

232

[Vissza a feladathoz.](#)

A 600 termékből 15 elemű (visszatevés nélküli) minta összesen $\binom{600}{15} (\approx 3,014 \cdot 10^{29})$ -féleképpen választható ki (összes eset száma).	1 pont
Az 594 nem hibás termékből $\binom{594}{15} (\approx 2,558 \cdot 10^{29})$ -féleképpen választható ki 15 elemű minta (kedvező esetek száma).	1 pont
Tehát a kért valószínűség $\frac{\binom{594}{15}}{\binom{600}{15}} \approx 0,859$	1 pont

233

[Vissza a feladathoz.](#)

Hibás termék választásának valószínűsége 0,005, nem hibás termék választásának valószínűsége 0,995.	1 pont
(A komplementer esemény: 0 db vagy 1 db hibás termék van a 15 elemű mintában.) Annak a valószínűsége, hogy nincs hibás termék a mintában: $P(0) = 0,995^{15} (\approx 0,9276)$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 hibás termék van a mintában: $P(1) = \binom{15}{1} \cdot 0,005 \cdot 0,995^{14} (\approx 0,0699)$,	2 pont
tehát a kért valószínűség $1 - P(0) - P(1) = 0,0025$.	1 pont
Ez valóban kisebb 1%-nál.	1 pont

234

[Vissza a feladathoz.](#)

Balázs akkor tudja elkészíteni a 4-tojásos rántottát, ha az első vagy a második tojás a romlott (mert ekkor a többi tojásból még tud rántottát készíteni), vagy ha az első 4 tojás jó.	1 pont
--	--------

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Annak a valószínűsége, hogy az elsőnek választott tojás romlott: $\frac{1}{6}$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy az elsőnek választott tojás jó, és a második tojás romlott: $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy az első négy tojás jó: $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy Balázs elkészítheti a rántottát: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$	1 pont

235

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
A 100-as szám az 1. keréken $\frac{2}{5} = 0,4$ valószínűséggel jön ki egy forgatás során (0,6 az egyéb kimenetel valószínűsége).	1 pont
Pontosan 4 darab 100-as valószínűsége $\binom{10}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^6$	1 pont
ami közelítőleg 0,251.	1 pont
b)	
A 200 Ft nyeremény valószínűsége $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$ (ekkor mindkét keréken a 100 jön ki), a 400 Ft nyeremény valószínűsége $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0,2$ (ekkor mindkét keréken a 200 jön ki), az 1600 Ft nyeremény valószínűsége $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,05$ (ekkor pedig mindkét keréken a 800 jön ki).	2 pont
A nyeremény várható értéke egy játékban $0,1 \cdot 200 + 0,2 \cdot 400 + 0,05 \cdot 1600 = 180$ Ft.	2 pont
A nyereség várható értéke egy játékban $180 - 200 = -20$ Ft.	1 pont
c)	

A bingóhoz az egyik keréken a 200-as, a másikon a 800-as számnak kell kijönnie. A bingó valószínűsége $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} =$	2 pont
$= 0,2$ valóban.	1 pont
d)	
Annak a valószínűsége, hogy egy forgatás nem bingó, 0,8.	1 pont
Tegyük fel, hogy egy játékos n számú forgatást végez. Annak a valószínűsége, hogy az n forgatás közül egyik sem bingó, $0,8^n$. Annak a valószínűsége, hogy legalább egy bingó van közöttük, $1 - 0,8^n$.	1 pont
Innen $1 - 0,8^n \geq 0,95$, azaz $0,8^n \leq 0,05$.	1 pont
A 0,8 alapú exponenciális/logaritmus függvény szigorúan monoton csökkenő, ezért $n \geq \log_{0,8} 0,05$.	1 pont
$n \geq 13,4$, azaz legalább 14-szer kell játszani.	1 pont

236

[Vissza a feladathoz.](#)

Válasszuk meg először például Attila párját. Annak a valószínűsége, hogy a párja lány lesz $\frac{3}{5}$.	1 pont
Ezután például Csaba párja $\frac{2}{3}$ valószínűséggel lesz lány; Emil párja ekkor már biztosan lány lesz.	1 pont
Tehát $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{5}$ a valószínűsége, hogy minden csapatba egy fiú és egy lány kerül.	2 pont

237

[Vissza a feladathoz.](#)

a)	
Az E_0 esemény pontosan akkor következik be, ha az A tartomány egyik átjárója nincs nyitva.	1 pont
Ennek a valószínűsége $(1 - p)^2$.	1 pont
$(1 - p)^2 = 1 - 2p + p^2$ valóban.	1 pont
b)	
$1 - 2p + p^2 = (1 - p)^2$, tehát $(1 - p)^2 \leq 0,01$.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

$p < 1$ miatt $0 < 1 - p \leq \sqrt{0,01} = 0,1$.	1 pont
Tehát $0,9 \leq p(< 1)$ esetén lesz legfeljebb 0,01 az E_0 esemény valószínűsége.	1 pont
c)	
Az E_1 esemény pontosan akkor következik be, ha az A tartomány két átjárója közül az egyik nyitva van, a másik pedig nincs nyitva, és a B és C közötti átjáró sincs nyitva.	1 pont
Ennek valószínűsége $\binom{2}{1} p(1 - p) \cdot (1 - p) =$	1 pont
$= 2p - 4p^2 + 2p^3$ valóban.	1 pont
Az E_2 esemény pontosan akkor következik be, ha legalább két (tehát 3 vagy 2) átjáró nyitva van. Ennek valószínűsége $p^3 + \binom{3}{2} p^2(1 - p) =$	1 pont
$= p^3 + 3p^2 - 3p^3 = 3p^2 - 2p^3$ valóban.	1 pont
d)	
(Az $f :]0; 1[\rightarrow \mathbf{R}; f(p) = 2p - 4p^2 + 2p^3$ függvénynek ott lehet maximuma, ahol a deriváltja nulla.) $f'(p) = 2 - 8p + 6p^2 = 0$	1 pont
$p = 1$ vagy $p = \frac{1}{3}$	1 pont
$p = 1$ nem megoldás ($p < 1$ miatt).	1 pont
$p = \frac{1}{3}$ helyen a függvény növekvőből csökkenőbe vált, tehát ez maximumhelye a függvénynek.	1 pont
Ekkor a kért valószínűség $\left(2 \cdot \frac{1}{3} - 4 \cdot \frac{1}{9} + 2 \cdot \frac{1}{27}\right) \frac{8}{27} (\approx 0,296)$	1 pont

221

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
$P(\text{lesz piros}) = 1 - P(\text{mindkettő kék})$	1 pont
Két kék golyót (a sorrendre való tekintet nélkül) $\binom{7}{2} (= 21)$ -féleképpen tudunk kiválasztani (kedvező esetek száma).	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Két golyót összesen $\binom{10}{2}$ ($= 45$)-féleképpen tudunk kiválasztani (összes eset száma).	1 pont
A keresett valószínűség tehát $1 - \frac{21}{45} = \frac{8}{15} \approx 0,533$.	1 pont
c)	
$P(AB) = P(A) = \binom{3}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 0,7$ ($= 0,189$)	2 pont
$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,7^3$ ($= 0,657$)	2 pont
$P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,189}{0,657} \approx 0,288$	1 pont

222

[Vissza a feladathoz.](#)

András, Csaba és Dóra összes lehetséges dobásainak száma 6^3 ($= 216$).	1 pont
Bori pontosan akkor nyer, ha – a többiek mindhárman 5-nél kisebbet dobnak, – vagy a többiek mindhárman 6-ost dobnak, – vagy pontosan ketten dobnak 6-ost, egy valaki pedig 5-nél kisebbet dob.	1 pont
Mindhárman 5-nél kisebbet 4^3 ($= 64$)-féleképpen dobhatnak.	1 pont
Mindhárman 6-ost csak 1-féleképpen dobhatnak.	1 pont
A három dobás között pontosan két 6-os és egy 5-nél kisebb dobás $\binom{3}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4$ ($= 12$) -féleképpen lehetséges.	1 pont
A kért valószínűség: $\frac{64 + 1 + 12}{216} = \frac{77}{216}$ ($\approx 0,356$)	1 pont

223

[Vissza a feladathoz.](#)

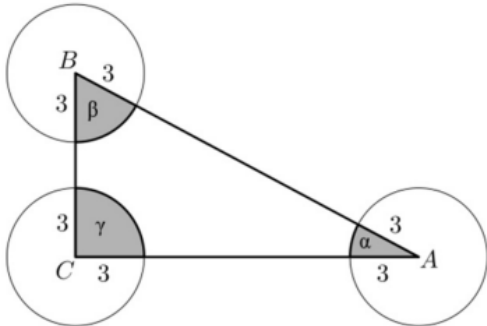
Az összes eset száma $6 \cdot 6 = 36$.	1 pont
Ha az első dobás 1-es, akkor a második dobás 5-féle lehet (2, 3, 4, 5, 6); ha az első dobás 2-es, akkor 4; ha 3-as, akkor 3; ha 4-es, akkor 2; ha 5-ös akkor 1 (ha 6-os, akkor 0) lehetőség van. A kedvező esetek száma ($5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$) 15.	2 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A kért valószínűség $\frac{15}{36}$ ($\approx 0,417$).	1 pont
--	--------

224

[Vissza a feladathoz.](#)

 Használjuk az ábra jelöléseit! (Mindhárom oldal hosszabb 6 cm-nél, ezért) a mindhárom csúctól legalább 3 cm távolságra lévő pontok az ABC háromszög „világos” részében (és annak határán) vannak. A kért valószínűség e rész területének és az ABC háromszög területének a hányadosa.	1 pont
A derékszögű háromszög területe $\frac{8 \cdot 15}{2} = 60$ (cm^2).	1 pont
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, ezért a három körcikk együttes területe egy 3 cm sugarú kör területének a fele,	2 pont
vagyis $4,5\pi \approx 14,14$ (cm^2).	1 pont
Így a nem sötétített rész területe $(60 - 4,5\pi \approx) 45,86$ (cm^2).	1 pont
A keresett valószínűség tehát $\frac{45,86}{60} \approx 0,764$	1 pont

225

[Vissza a feladathoz.](#)

1 – p annak a valószínűsége, hogy egy kiválasztott termék nem selejtes.	1 pont
$(1 - p)^{20}$ annak a valószínűsége, hogy a 20 kiválasztott termék egyike sem selejtes.	1 pont
A szöveg alapján $(1 - p)^{20} \geq 0,8$,	1 pont
azaz ($1 - p \geq 0$ miatt) $p \leq 1 - \sqrt[20]{0,8}$.	1 pont
Legfeljebb kb. 0,011 lehet p értéke.	1 pont

b)	
Annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott töltő élettartama 50 hónapnál kevesebb ($1 - 0,9 = 0,1$).	1 pont
(Jelölje $P(n)$ annak valószínűségét, hogy a 20 töltő között n db élettartama lesz 50 hónapnál kevesebb.) $P(0) = 0,9^{20} (\approx 0,122)$	1 pont
$P(1) = \binom{20}{1} \cdot 0,1 \cdot 0,9^{19} (\approx 0,270)$ $P(2) = \binom{20}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^{18} (\approx 0,285)$	2 pont
A kért valószínűség tehát $P(0) + P(1) + P(2) \approx 0,677$.	1 pont
c)	
Ha p jelöli annak a valószínűségét, hogy egy töltő élettartama legalább 55 hónap, akkor $(1 - p)^5 = 0,75$.	1 pont
Innen $1 - p \left(= \sqrt[5]{0,75} \right) \approx 0,944$,	1 pont
a kért valószínűség tehát $p \approx 0,056$.	1 pont

b)	
Ha n db sorsjegy készült, akkor $0,4n$ db sorsjegy kék, és ezek 35%-a nyer tárgynyerményt. Annak valószínűsége, hogy a kihúzott sorsjegy kék, és tárgynyerményt nyer:	1 pont
$P(AB) = \frac{0,4n \cdot 0,35}{n} = 0,14$	
Az n db sorsjegy között $0,6n$ db zöld, és ezek 40%-a nyer tárgynyerményt. Annak valószínűsége, hogy a kihúzott sorsjegy zöld, és tárgynyerményt nyer:	1 pont
$\frac{0,6n \cdot 0,4}{n} = 0,24$	
A tárgynyerményt nyerő sorsjegy vagy kék, vagy zöld (és ez két egymást kizáró esemény), ezért $P(A) = 0,14 + 0,24 = 0,38$ valóban.	1 pont
$P(B A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,14}{0,38} =$	1 pont
$= \frac{7}{19} \approx 0,368$	1 pont

(A feladat szövegéből $P(B) = 0,4$.) $P(A) \cdot P(B) = 0,38 \cdot 0,4 = 0,152$	1 pont
Mivel $P(A) \cdot P(B) \neq P(AB)$,	1 pont
ezért A és B nem független események.	1 pont
c)	
Az egy kék sorsjegyre jutó nyeremény várható értéke: $(0,4 \cdot 0 +) 0,35 \cdot 500 + 0,2 \cdot 1000 + 0,05 \cdot 5000 =$	2 pont
$= 625$ Ft.	1 pont

211

[Vissza a feladathoz.](#)

A kért valószínűség a trapéz és a korlátos síkidom területének hányadosa.	1 pont
(A görbe az $f: [0; 5] \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = 0,25x(x - 5)^2$ függvény grafikonja.) A síkidom területe: $\int_0^5 0,25x(x - 5)^2 dx =$	1 pont
$= \int_0^5 0,25(x^3 - 10x^2 + 25x) dx =$	1 pont
$= 0,25 \left[\frac{x^4}{4} - 10 \frac{x^3}{3} + 25 \frac{x^2}{2} \right]_0^5 =$	2 pont
$= \frac{625}{48} \approx 13,02$	1 pont
D pont első koordinátája 1, második koordinátáját (a trapéz egyik alapjának hosszát) behelyettesítéssel kapjuk: $0,25 \cdot 1 \cdot (1 - 5)^2 = 4$. (Tehát $D(1; 4)$.)	1 pont
Hasonlóan C pont első koordinátája 3, második koordinátája (a trapéz másik alapjának hossza): $0,25 \cdot 3 \cdot (3 - 5)^2 = 3$. (Tehát $C(3; 3)$.)	1 pont
Mivel a trapéz magassága (az AB szakasz hossza) 2, így a trapéz területe $\frac{4 + 3}{2} \cdot 2 = 7$	1 pont
A kért valószínűség $\frac{7}{13,02} \approx 0,538$	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

212

[Vissza a feladathoz.](#)

Az $(A \wedge B) \vee C$ kijelentés pontosan akkor igaz, ha $A \wedge B$, illetve C közül legalább az egyik igaz.	1 pont
$A \wedge B$ igaz és C igaz (vagyis mindhárom kijelentés igaz) valószínűsége: $0,6^3 = 0,216$.	1 pont
$A \wedge B$ igaz és C hamis valószínűsége: $0,6^2 \cdot 0,4 = 0,144$.	1 pont
$A \wedge B$ hamis és C igaz valószínűsége: $(1 - 0,6)^2 \cdot 0,6 = 0,384$.	1 pont
Tehát a keresett valószínűség: $0,216 + 0,144 + 0,384 = 0,744$.	1 pont

213

[Vissza a feladathoz.](#)

(Az 50 000 Ft nyeremény valószínűsége p , ekkor) $p + 24p = 0,05$,	1 pont
ahonnan $p = 0,002$ és $24p = 0,048$.	1 pont
A nyeremény várható értéke $(0,95 \cdot 0 + 0,048 \cdot 2500 + 0,002 \cdot 50\,000 = 220 \text{ Ft})$	2 pont

214

[Vissza a feladathoz.](#)

(0,96 a valószínűsége, hogy egy fában nincs szú.) $P(0 \text{ darab szúrágta fa}) = 0,96^{50} \approx 0,130$	1 pont
$P(1 \text{ darab szúrágta fa}) = \binom{50}{1} \cdot 0,96^{49} \cdot 0,04 \approx 0,271$	2 pont
A keresett valószínűség ezek összege: $0,130 + 0,271 = 0,401$.	1 pont

215

[Vissza a feladathoz.](#)

(Binomiális eloszlást alkalmazunk.) Annak a valószínűségét kell kiszámítani, hogy a hallgatók közül véletlenszerűen kiválasztott 4 fő között 3 vagy 4 fiú van.	1 pont
$P(3 \text{ fiú}) = \binom{4}{3} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4 (= 0,3456)$	1 pont
$P(4 \text{ fiú}) = 0,6^4 (= 0,1296)$	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

A kérdezett valószínűség az előző két érték összege, tehát körülbelül 0,475.	1 pont
--	--------

216

[Vissza a feladathoz.](#)

(Binomiális eloszlás segítségével adunk becslést.) Ha a lányok p -ed része sportol rendszeresen ($0 \leq p \leq 1$), akkor éppen p annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott lány sportol.	1 pont
Ezért $p^3 = 0,008$,	1 pont
amiből $p = \sqrt[3]{0,008} = 0,2$, vagyis a lányok egyötöd része sportol rendszeresen.	1 pont

217

[Vissza a feladathoz.](#)

(A második dobás eredménye szerint számoljuk össze a kedvező eseteket.) Ha a második dobás 1 vagy 6, akkor a másik két dobás is csak 1, illetve 6 lehetett. Ez 2 lehetőség.	1 pont
Ha a második dobás 2, akkor a másik két dobás vagy 1 és 3 (ez 2 lehetőséget jelent), vagy 2 és 2 lehetett. Ez összesen 3 lehetőség.	1 pont
Ha a második dobás 3, akkor a másik két dobás vagy 1 és 5, vagy 2 és 4, vagy 3 és 3 lehetett. Ez 5 lehetőség.	1 pont
Ha a második dobás 4, akkor a másik két dobás vagy 2 és 6, vagy 3 és 5, vagy 4 és 4 lehetett. Ez 5 lehetőség.	1 pont
Ha a második dobás 5, akkor a másik két dobás vagy 4 és 6, vagy 5 és 5 lehetett. Ez 3 lehetőség.	1 pont
A kedvező esetek száma összesen ($2 + 3 + 5 + 5 + 3 =$) 18.	1 pont
Három kockával összesen ($6^3 =$) 216-félét dobhatunk (összes eset száma).	1 pont
A kérdezett valószínűség tehát $\left(\frac{18}{216} =\right) \frac{1}{12} \approx 0,083$	1 pont

218

[Vissza a feladathoz.](#)

A 8-as számrendszerben a legkisebb háromjegyű szám $100_8 = 64$,	1 pont
---	--------

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

a legnagyobb $777_8 = (1000_8 - 1 =) 511$,	1 pont
összesen tehát $511 - 63 = 448$ háromjegyű szám van (összes eset).	1 pont
(A 8-as számrendszerben 3 jegyű számokat tekintve) a 9-es számrendszerben a legkisebb háromjegyű szám $100_9 = 81$,	1 pont
a legnagyobb (mivel a 8-as számrendszerben háromjegyű szám nem lehet négyjegyű a 9-es számrendszerben) az 511.	1 pont
A kedvező esetek száma tehát $511 - 80 = 431$.	1 pont
A keresett valószínűség $\frac{431}{448} (\approx 0,962)$	1 pont

219

[Vissza a feladathoz.](#)

Dóri egy csokoládé vásárlása esetén $\frac{1}{8}$ valószínűséggel kapja meg a hiányzó kockát ($\frac{7}{8}$ valószínűséggel nem).	1 pont
(A komplementer esemény valószínűségét számítjuk ki.) Annak valószínűsége, hogy egyik ajándék sem megfelelő: $\left(\frac{7}{8}\right)^3$.	1 pont
Annak valószínűsége tehát, hogy valamelyik ajándék megfelelő: $1 - \left(\frac{7}{8}\right)^3$	1 pont
ami kb. 0,330.	1 pont

201

[Vissza a feladathoz.](#)

Két csúcsot $\binom{8}{2} (= 28)$ -féleképpen választhatunk ki (összes eset száma).	1 pont
(A gráfnak 12 éle van, így) a két csúcs 12 esetben lesz egy él két végpontja (kedvező esetek száma).	2 pont
A keresett valószínűség $\frac{12}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{7} (\approx 0,429)$	1 pont

202

[Vissza a feladathoz.](#)

(A hátralevő két nyerőszámot 87 szám közül sorsolják ki, erre a sorrendet nem figyelembe véve) összesen $\binom{87}{2} (= 3741)$ lehetőség van (összes eset száma).	1 pont
---	--------

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

Nézzük a komplementer eseményt: ekkor az utolsó két kihúzott szám között nincs sem a 64, sem a 68.	2 pont
Erre összesen $\binom{85}{2}$ ($= 3570$) lehetőség van.	1 pont
A kedvező esetek száma tehát $(3741 - 3570 =) 171$.	1 pont
A keresett valószínűség $\frac{171}{3741} \approx 0,046$	1 pont

203

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
Az 1000 vendég összesen $100 \cdot 1000 + 200 \cdot 1900 + 250 \cdot 2800 + 300 \cdot 3600 +$ $+ 100 \cdot 4400 + 50 \cdot 5200 = 2\,960\,000$ Ft-ba kerül.	1 pont
1000 vendég 3 900 000 Ft-ot fizet be, így az étterem várható haszna 940 000 Ft.	2 pont
c)	
Pontosan akkor lesz vesztesége az étteremnek ezen a két vendégen, ha az étterem összköltsége több mint 7800 Ft.	1 pont
Ez a következő esetekben fordul elő (a sorrendre való tekintet nélkül): $5200 + 5200$; $5200 + 4400$; $5200 + 3600$; $5200 + 2800$; $4400 + 4400$; $4400 + 3600$.	2 pont
A felsorolt esetek valószínűsége (a sorrendet is tekintetbe véve) rendre $0,05 \cdot 0,05 (= 0,0025)$; $2 \cdot 0,05 \cdot 0,1 (= 0,01)$; $2 \cdot 0,05 \cdot 0,3 (= 0,03)$; $2 \cdot 0,05 \cdot 0,25 (= 0,025)$; $0,1 \cdot 0,1 (= 0,01)$; $2 \cdot 0,1 \cdot 0,3 (= 0,06)$.	2 pont
A keresett valószínűség az előző hat valószínűség összege, azaz 0,1375.	1 pont

204

[Vissza a feladathoz.](#)

A háromjegyű számok száma 900 (összes eset).	1 pont
Legyenek a, b és c szomszédos számjegyek $(b = a + 1$ és $c = b + 1 = a + 2)$. Ekkor a keresett szám lehet $\overline{abc}$ vagy $\overline{cba}$ alakú.	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

$\overline{abc}$ alakú megfelelő háromjegyű számból 7 darab van (mert ekkor $1 \leq a \leq 7$), $\overline{cba}$ alakú megfelelő számból 8 darab van (mert ekkor $0 \leq a \leq 7$). Összesen tehát 15 darab megfelelő szám van (kedvező esetek száma).	2 pont
A kért valószínűség $\frac{15}{900} = \frac{1}{60} (\approx 0,017)$	1 pont

205

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy olyan él, amelynek nincs közös csúcsa a piros éllel, a maradék $(n - 2)$ pontú teljes gráf egyik éle. Ilyen élből $\binom{n-2}{2} = \frac{(n-2)(n-3)}{2}$ van.	2 pont
A piros él mindkét végpontjából $n - 2$ további él indul, tehát $2(n - 2)$ olyan él van, melynek van közös csúcsa az elsőnek kiválasztott éllel.	2 pont
Mivel $P(A) = P(B)$, és az összes eset száma megegyezik,	1 pont
ezért ugyanannyi-féleképpen választható a piros éllel közös csúcsú él, mint olyan él, amelynek azzal nincs közös csúcsa: $\frac{(n-2)(n-3)}{2} = 2(n-2)$	2 pont
Mivel $n - 2 \neq 0$, ezért $\frac{(n-3)}{2} = 2$	1 pont
$n = 7$ (tehát 7 pontú a gráf).	1 pont

206

[Vissza a feladathoz.](#)

Válasszuk ki először a vizsgált második rétegbe kerülő golyókat (a többi golyó kiválasztása a keresett valószínűséget nem befolyásolja). Az első golyó $\frac{15}{30}$, a második $\frac{14}{29}$, a harmadik $\frac{13}{28}$, a negyedik $\frac{12}{27}$ valószínűséggel lesz sötét.	2 pont
A keresett valószínűség a négy szám szorzata: $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$	1 pont
vagyis $\frac{32\,760}{657\,720} = \frac{13}{261} \approx 0,0498$	1 pont

207

[Vissza a feladathoz.](#)

Egy véletlenszerűen választott érme 0,03 valószínűséggel hibás, 0,97 valószínűséggel hibátlan.	1 pont
--	--------

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

(A valószínűségeket az $n = 80$, $p = 0,03$ paraméterű binomiális eloszlás segítségével számítjuk ki.) $P(0 \text{ hibás}) = 0,97^{80} \approx 0,087$	1 pont
$P(1 \text{ hibás}) = \binom{80}{1} \cdot 0,03 \cdot 0,97^{79} \approx 0,216$	1 pont
$P(2 \text{ hibás}) = \binom{80}{2} \cdot 0,03^2 \cdot 0,97^{78} \approx 0,264$	1 pont
Annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 hibás van $\approx 0,087 + 0,216 + 0,264 = 0,567$.	1 pont

208

[Vissza a feladathoz.](#)

b)	
Az 1-es és 3-as dobás kétféleképpen is előfordulhat (az első és a második dobókockán is lehet 1-es), ennek valószínűsége így $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6}$	2 pont
Két 2-es dobásának valószínűsége $\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6}$	1 pont
Így $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} =$	1 pont
$= \frac{10}{36} \left(= \frac{5}{18} \right)$ annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 4 lesz.	1 pont
c)	
Andi $\frac{3}{6}$ valószínűséggel veszít n forintot; $\frac{1}{6}$ valószínűséggel nyer $(n - 80)$ forintot; $\frac{2}{6}$ valószínűséggel nyer $2n - 160$ forintot.	1 pont
Andi nyereményének (egyúttal Béla veszteségének) várható értéke: $-\frac{3}{6}n + \frac{1}{6}(n - 80) + \frac{2}{6}(2n - 160)$	2 pont
A játék igazságos (mindkét játékos számára), ha $-\frac{3}{6}n + \frac{1}{6}(n - 80) + \frac{2}{6}(2n - 160) = 0$	1 pont

Ezt a témakört [itt tudod gyakorolni](#) a matekingen.

innen $n = 200$ (Ft).	1 pont
1-es dobás esetén tehát $200 - 80 = 120$ forintot fizet Béla Andinak.	1 pont