

# STATISZTIKA 1.

---

## PÉLDATÁR

mateking.hu

alapfogalmak  
egy ismerv szerinti elemzés  
két ismerv szerinti elemzés  
standardizálás  
indexszámítás  
idősorok

A FELADATOK MEGOLDÁSAIT A [www.mateking.hu](http://www.mateking.hu) OLDALON A STATISZTIKA 1 MENÜPONTBAN TALÁLOD TÉMAKÖRÖK SZERINT. A FELADATSZÁMOT A SCROLLLOZHATÓ RÉSZBEN KERESD!

# 1. ALAPFOGALMAK

1.1. Egy iskolai büfé napi vevőszámának alakulása az elmúlt 20 napban az alábbi volt. Határozzuk meg a móduszt és a kvartiliseket.

1000	2000	7000	9000	11500
3500	1000	5000	3000	12000
5000	1500	3000	8000	9000
2500	3000	1500	8500	3000

1.2. Az alábbi táblázat egy város havi gázfogyasztóinak eloszlását tartalmazza, a fogyasztók számát ezer főben megadva.

Havi fogyasztás (köbméterben megadva)	$f$	$f'$	$g$	$g'$
0-49		3		
50-99	4			
100-149		15		
150-199	0			
200-249			0,25	

- töltsük ki a hiányzó részeket.
- Adjuk meg a móduszt és a mediánt!
- Adjuk meg az átlagot és a szórást!
- Vegyük a legalább száz köbmétert fogyasztó felhasználókat. Mekkora esetükben az átlag? Mekkora a szórás?

1.3. Az alábbi táblázat egy bevásárlóközpont üzlethelyiségeinek alapterület szerinti megoszlását tartalmazza.

alapterület	$f_i$	$f'_i$	$g_i$	$g'_i$
0-99	4			
100-199		9		
200-299	12			
300-399		34		
400-		50		

- Töltsük ki a hiányzó adatokat!
- Mekkora a tipikus üzlethelyiség alapterülete?
- Mekkora az átlagos üzlethelyiség alapterülete? Mekkora a szórás?

1.4. Egy évfolyam négy különböző szakán az alábbiak ismertek:

Szak	Nők	100 férfira jutó nők száma szakonként
A	30%	120
B	20%	130
C	18%	110
D	32%	140
Össz.	100%	-

Határozzuk meg a 100 férfira jutó nők számát a teljes évfolyamra. Határozzuk meg a 100 nőre jutó férfiak számát!

1.5. Egy város lakosainak száma 2009-ben 760 ezer, míg 2011-ben 758 ezer. Az alábbiakat tudjuk:

év	Orvosok száma 2009=100%	Háziorvosok száma (%)	Egy háziorvosra jutó lakosok száma (%)	Háziorvosok részaránya (%)
		2010=100%		
2009	100		105	7
2010		100	100	6,8
2011		120	83	6

Töltsük ki a hiányzó részeket!

1.6. Egy szupermarket valamelyik pénztáránál fél óra alatt 20-an fizettek az alábbi összegekért:

1100	2000	7300	9200	11500
3500	5000	1000	3000	12000
5000	1600	3000	8000	9000
2500	3000	1500	8500	3000

Állapítsuk meg az adatsor néhány alapvető statisztikai mutatóját. Ezek a módusz, a medián, a kvartilisek, majd helyezzük el az adatokat egy gyakorisági sorban 2500 forintokénti osztályközökkel. Készítsük el a statisztikai sorok típusait.

1.7. Az elmúlt 20 évben a villamos által elgázolt járókelők száma évente a következőképpen alakult: 10, 11, 8, 7, 12, 9, 8, 6, 12, 8, 5, 3, 4, 2, 4, 1, 0, 5, 1, 1. Adjuk meg a kvartilis-eloszlást, a kvintilis-eloszlást és a decilis-eloszlást.

(A kvartilis-eloszlás négy egyenlő csoportra osztja a növekvő sorrendbe rendezett adatokat, a kvintilis-eloszlás öt, és így tovább.)

1.8. Egy bank ügyfeleinek betétállományát tartalmazza a következő táblázat. Készítsük el a mennyiségi sorok különböző fajtáit, adjuk meg a mediánt, a kvartiliseket, a kvintiliseket.

Bankbetét értéke (USD)	$f_i$
0-1000	4 510
1001-2000	13 430
2001-3000	27 650
3001-4000	31 200
4001-5000	26 710
5001-6000	14 310
6001-	20 000
Össz.	137 810

1.9. Egy szupermarket pénztárainál fizető vásárlók vásárlás végösszege szerinti megoszlása valamely napon az alábbi volt. Készítsük el a mennyiségi sorok különböző fajtáit, adjuk meg a mediánt és a kvintiliseket.

A vásárló által fizetett végösszeg (forint)	$f_i$
0-1 000	720
1 001-2 000	1 940
2 001-5 000	1 790
5 001-10 000	490
10 001-20 000	288
20 001-30 000	76
30 001-40 000	254
40 001-50 000	604
50 001-60 000	18
60 001-	15
Total	6 195

1.10. Egy újságárus havi lapeladásait tartalmazza a következő táblázat.

Napok száma	Eladott mennyiség
2	215
4	217
2	218
5	220
8	222
7	225
3	230

Mekkora az átlagos napi lapeladás? Határozzuk meg a mediánt és a móduszt.

## 2. EGY ISMÉRV SZERINTI ELEMZÉS

2.1. Az alábbi táblázat egy város lakásainak méret szerinti megoszlását tartalmazza.

Lakásméret (négyzetméterben megadva)	Lakások száma (1000 darabban) $f_i$	$f_i'$
0-19	21	21
20-49	33	54
50-99	60	114
100-199	36	150
200-	10	160

Számítsuk ki a móduszt, mediánt, átlagot és szórást.

2.2. A statisztika vizsga 5 feladatából a vizsgázók által teljesen megoldott feladatok eloszlása. Számítsuk ki a móduszt, mediánt, átlagot és szórást.

Megoldott feladatok száma	Vizsgázók száma $f_i$	$f_i'$
0	60	60
1	70	130
2	80	210
3 vagy több	40	250

2.3. Húsz napon át figyelték egy alpesi kisváros sípályáinak összesített napi forgalmát. A kapott értékek a következők voltak:

1000	2000	7000	9000	12500
3500	1000	5000	3000	13000
5000	1500	3000	8000	9000
2500	3000	1500	8500	3000

Állapítsuk meg az adatsor néhány alapvető statisztikai mutatóját, a móduszt, mediánt, átlagot. Készítsünk leveles-ág ábrát illetve doboz-ábrát. Helyezzük el az adatokat egy gyakorisági sorban 2500-as osztályközökkel. Szemléltessük hisztogrammal a forgalom mértékét.

2.4. Az alábbi táblázat egy üzem által gyártott, illetve elszállítás előtt raktározott üveges pálinkák mennyiségét tartalmazza. Töltsük ki. Mármint a hiányzó részeket a táblázatban. Állapítsuk meg az átlagosan előállított mennyiséget és az átlagos raktárkészletet.

	Előállított mennyiség			Raktározva (a hónap elején)		
	jan.=100%	előző hónap=100%	db	marc.=100%	előző hónap=100%	db
jan.		-		125	-	
febr.		120			110	1100
marc.			3500			
apr.	150		3750	87,5		

2.5. Egy áruház raktárkészlete valamely termékből az alábbiak szerint alakult:

hónap	Készlet				
	Jan=100%	Előző hónap=100%	Változás %-ban február=100%	Változás februárhoz képest (db)	Aktuális készlet a hónap végén (db)
Jan.	100	-	-20	-10	
Febr.					
Márc.	110				
Ápr.				+16	
Máj.					600
Jún.		80			
Júl.			130		

- a) Töltsük ki a hiányzó részeket!  
b) Mekkora volt az átlagos raktárkészlet ebből a termékből a második negyed. . . . .

2.6. Egy bank ügyfeleinek betétállományát tartalmazza a következő táblázat. Készítsük el a mennyiségi sorok különböző fajtáit, adjuk meg a mediánt, a kvartiliseket, a kvintiliseket. Ábrázoljuk az eloszlást hisztogrammal és doboz-ábrával.

Bankbetét értéke (USD)	Betétesek száma $f_i$
0-1000	4 510
1001-2000	13 430
2001-3000	27 650
3001-4000	31 200
4001-5000	26 710
5001-6000	14 310
6001-	20 000
Össz.	137 810

2.7. Egy szupermarket pénztárainál fizető vásárlók vásárlás végösszege szerinti megoszlása valamely napon az alábbi volt. Készítsük el a mennyiségi sorok különböző fajtáit, szemléltessük az eloszlást hisztogrammal és Lorenz-görbével!

A vásárló által fizetett végösszeg (forint)	$f_i$
0-1 000	720
1 001-2 000	1 940
2 001-5 000	1 790
5 001-10 000	490
10 001-20 000	288
20 001-30 000	76
30 001-40 000	254
40 001-50 000	604
50 001-60 000	18
60 001-	15
Total	6 195

2.8. Az alábbi táblázat a lakosság életkor szerinti megoszlását tartalmazza Németországban és Törökországban. Hasonlítsuk össze a két megoszlást a középértékekkel, a doboz-ábrával illetve hisztogrammal.

	Németország	Törökország
ÉLETKOR	NÉPESSÉG (%)	NÉPESSÉG (%)
0-14	13,5	26,9
15-34	25	45
35-64	41,5	21,9
65-75	15	5,2
75-	5	1

2.9. Egy cég dolgozóinak fizetésük szerinti megoszlása a következő:

Fizetés (USD)	Létszám
0-1000	110
1001-2000	215
2001-2500	40
2501-3000	20
3001-	15

Jellemezzük a fizetések megoszlását helyzetmutatókkal, szóródási mutatókkal, alakmutatókkal.

2.10. Egy taxitársaságnál a telefonos rendeléstől a helyszínre érkezésig eltelt idő egy hét leforgása alatt az alábbi volt:

Helyszínre érkezésig eltelt idő (perc)	Esetek száma
0-4	1654
5-9	2470
10-19	680
20-	46

Jellemezzük a várakozási időt helyzetmutatókkal, szóródási mutatókkal, doboz-ábrával.

mateking.hu



## 3. KÉT ISMÉRŰ SZERINTI ELEMZÉS

3.1. A népesség legmagasabb iskolai végzettségük és nemük szerinti megoszlása reprezentatív felmérés alapján 2001-ben Magyarországon az alábbi volt. Állapítsuk meg a nem és a legmagasabb iskolai végzettség közti kapcsolat szorosságát.

Legmagasabb iskolai végzettség	Nő	Férfi	Total
8 általános vagy kevesebb	84	82	166
Érettségi, vagy szakiskolai	1892	2055	3947
Felsőfokú	586	561	1147
Total	2562	2698	5260

3.2. A következő táblázat egy város szállodáinak ár és besorolás szerinti megoszlását tartalmazza. Elemezzük az ismérvek közti kapcsolatot.

Árak (EUR/fő/éj)	Szálloda típusa			Total
	**	***	****	
0-50	37	8	1	46
51-100	15	40	3	58
101-150	10	33	12	55
151-200	4	22	15	41
Total	66	103	31	200

3.3. Néhány ország középfokú iskolai képzésének egy diákra jutó oktatási ráfordítása illetve az éves egy főre jutó GDP adatai láthatók az alábbi táblázatban. Állapítsuk meg a két ismérv közti kapcsolat szorosságát, adjuk meg a regressziós egyenest.

ország		X	Y
		GDP/fő (EUR)	Oktatási ráfordítás (Középfokú képzés diák/EUR)
Ausztria	AT	28 978	76 900
Belgium	BE	30 349	61 000
Csehország	CZ	15 216	33 800
Franciaország	FR	26 656	57 600
Görögország	GR	17 941	59 200
Hollandia	NL	28 669	61 500
Lengyelország	PL	10 135	30 700
Magyarország	HU	13 767	33 000
Németország	DE	28 232	65 300
Svájc	CH	31 987	60 400

3.4. Egy cég dolgozóinak keresetéről az alábbiakat tudjuk:

	Alkalmazottak száma (%)	Bruttó jövedelem (USD)	
		átlag	szórás
Nő	56	2000	510
Férfi	44	2500	360
Összesen	100		

Hány százalékban magyarázza meg a nem a bruttó jövedelem szórását?  
Milyen szoros a kapcsolat a nem és a kereset között?

3.5. Egy 40 lakásos társasház átlagos napi gázfogyasztása a téli időszakban a lakások szobáinak száma szerint a következő:

Fogyasztás (köbméter)	Szobák száma			Total
	1	2	3	
3	4	1	-	5
4	8	2	-	10
5	2	7	2	11
6	-	10	4	14
Total	14	20	6	40

Mennyiben magyarázza a szobák száma az elfogyasztott gáz mennyiségét?

3.6. A következő táblázat néhány ország egy főre jutó GDP adatait illetve a nők első házasságkötésük kori életkorát tartalmazza. Állapítsuk meg a két ismérv közti kapcsolat szorosságát, adjuk meg a regressziós egyenest.

ország		X GDP/fő (EUR)	Y Nők életkora házasságkötéskor
Ausztria	AT	28 978	26,6
Belgium	BE	30 349	29,8
Csehország	CZ	15 216	28,9
Franciaország	FR	26 656	31,6
Görögország	GR	17 941	26,9
Hollandia	NL	28 669	26,9
Lengyelország	PL	10 135	25,3
Magyarország	HU	13 767	29,7
Németország	DE	28 232	31
Svájc	CH	31 987	29,4

Ismeretes, hogy  $\sum d^2 X = 579\,956\,336$      $\sum d^2 Y = 38,8$      $\sum dX \cdot dY = 56\,484$

3.7. Egy város lakosairól készült felmérés alapján az alábbi adatok álnak rendelkezésre:

	Alkalmazottak száma (ezer fő)	Bruttó jövedelem (USD)	
		átlag	szórás
Pénzügyi szféra	120	2000	520
Szolgáltatói szféra	140	1500	340
Állami szféra	90	1000	210
Termelői szféra	130	980	220
Összesen	480		

Mekkora a felsorolt szektorok átlagbére? Mekkora a szórás? Egy lakos foglalkozása hány százalékban magyarázza bruttó jövedelmének nagyságát?

3.8. Egy kábelgyárban megvizsgálták a 150 dolgozó neme és iskolai végzettsége közötti kapcsolatot. Az alábbi adatokat kapták:

A dolgozók 80%-a férfi.

A férfiak 15%-a szakképzett, míg 25%-uk csak 8 általánost végzett.

A szakképzettek közül minden harmadik nő.

A gimnáziumi végzettségűekre teljesül a függetlenség feltétele.

Adjuk meg az iskolai végzettség és nem szerinti megoszlást. Jellemezzük a kapcsolat szorosságát.

3.9. Egy városban a családi házban lakók átlagosan 80 percet, míg a társasházban lakók 72 percet töltenek naponta utazással. Milyen szoros a kapcsolat a lakás típusa és az utazással eltöltött idő között, ha minden ötödik lakos családi házban lakik és az összes lakos utazással töltött idejének szórása az átlag 10%-a?

3.10 A népesség legmagasabb iskolai végzettsége és munkája szerinti megoszlása egy 1000 fős reprezentatív felmérés alapján az alábbi volt.

Legmagasabb iskolai végzettség	Munka típusa			Total
	Nehéz Fizikai	Könnyű fizikai	Szellemi	
8 általános	92	23	10	125
Érettségi, vagy	47	280	163	490
Felsőfokú	6	74	305	385
Total	145	377	478	1000

- Adjuk meg a peremeloszlások alapján a munka típusa és az iskolai végzettség közötti kapcsolat eloszlását abban az esetben, ha a két ismerv független lenne.
- Állapítsuk meg, a munka típusa és az iskolai végzettség közötti kapcsolat szorosságát.

3.11. Egy cég dolgozóinak keresetéről az alábbiakat tudjuk:

Nők		Férfiak	
Kifizetett összes bér (USD)	Átlagbér (USD)	Létszám (fő)	Átlagbér (USD)
47 040	840	78	960

Az egyes dolgozók keresete átlagosan 25%-al tér el az összes dolgozó átlagkeresetétől.

Hány százalékban magyarázza meg a nem a kereset szórását?  
Milyen szoros a kapcsolat a nem és a kereset között?

3.12. A következő táblázat egy cég alkalmazottainak havi béreit tartalmazza három országban. Elemezzük az ismérvek közti kapcsolatot.

Bérek (EUR)	Ország			Total
	DE	AT	HU	
500-699	5	40	120	165
700-899	10	110	530	650
900-1099	70	650	230	950
1100-	12	150	15	177
Total	95	950	895	1940

mateking.hu

## 4. STANDARDIZÁLÁS

4.1. Egy gyár dolgozóinak bérei a következőképpen alakultak 2010-ben és 2011-ben. Vizsgáljuk meg az átlagos bérváltozást standardizálással.

Gyár dolgozói	Dolgozók átlagbére (EUR)		Létszám összetétele	
	2010	2011	2010	2011
vezetők	5000	5200	4	0,75%
szellemi	2000	2300	36	8%
fizikai	1100	1250	350	91,25%
Össz.				

4.2. Egy cég dolgozóinak a fizetését tartalmazza az alábbi táblázat. Hasonlítsuk össze a férfi és női dolgozók átlagbérének különbségét standardizálással.

Termelés helye	férfiak		nők	
	Alkalmazottak száma	Egy főre jutó átlagkereset (USD)	Kifizetett teljes bérköltség	Egy főre jutó átlagkereset (USD)
vezetők	10	5 200	15 000	5 000
középvezetők	50	4 000	24 500	3 500
beosztottak	350	1 200	748 000	1 100
személyzet	25	750	36 000	750
Total	435		823 500	

4.3. Az egyik egyetem két büféjében húsz napon át figyelték a vásárlások értékét.

vásárló	I. büfé		II. büfé	
	Vásárlók Száma (fő)	Átlagos Vásárlás (EUR/fő)	Vásárlók Száma (fő)	Átlagos Vásárlás (EUR/fő)
Hallgató	1200	2	1600	1,8
Oktató	400	2,5	600	2,2
Egyéb	400	3	800	2,7
Össz.	2000		3000	

Hasonlítsuk össze a két büfében a vásárlások átlagos költségét és az erre ható tényezőket!

4.4 Két borgazdaság termelési adatait tartalmazza a következő táblázat. Elemezze a szőlők termésátlagának különbségét standardizálással!

Szőlőfajta	Termőterület (ha)		Termésátlagok Különbsége II.-I. (kg/ha) $k = V_2 - V_1 = 800$
	I. $B_1$	II. $B_2$	
furmint	250	600	1000
hárslevelű	100	250	600
oremus	150	150	400
összesen	500	1000	800

4.5. Egy üzem dolgozóinak bérei a következőképpen alakultak 2010-ben és 2011-ben. Vizsgáljuk meg az átlagos bérváltozást standardizálással.

Üzem dolgozói	Bérek összetétele (EUR)		Létszám összetétele	
	2010 Havonta kifizetett összes bér	2011 Átlag bér	2010	2011
vezetők	50 000	5200	10	5%
szellemi	20 000	2300	10	8%
fizikai	880 000	1250	800	89%
Össz.	950 000		1000	

4.6. Egy biztosító biztosítási kéréseire vonatkozó adatait tartalmazza az alábbi táblázat 2011-ben illetve a bázis évnek választott 2001-ben. Állapítsuk meg, hogyan változott meg a kifizetések átlagos összege és milyen hatások következtek.

Üzletágak	A kifizetett teljes összeg megoszlása 2011-ben	Egy biztosítási kérésre fizetett átlagos összeg (EUR)	
		2001	2011
Élet- baleset- betegbiztosítás	30%	800	1000
Lakásbiztosítás (lakossági)	50%	1200	2000
Ipari ingatlanok és eszközök	20%	100 000	160 000
Össz.	100%	1100	

4.7. Egy gyorsétterem forgalmi adatai a 2010-es és a 2009-es évben az alábbiak voltak:

	Egy vásárlóra által fizetett összeg		A forgalom megoszlása 2010-ben $B_1$
	2010 $V_1$	2009 $V_0$	
házhozszállítás	2500	2400	10 000
Helybeni fogyasztás	1800	1500	6000
összesen	2200	2000	16 000

Hasonlítsuk össze a forgalmi adatokat standardizálással.

4.8. A következő táblázat egy alpesi városka szállodaárait tartalmazza. Hasonlítsuk össze az átlagos árszint változását standardizálással.

	2010		2011	
Szálloda típus	Vendégéjszakák száma (ezer db)	Ár (EUR/fő)	Vendégéjszakák száma (ezer db)	Ár (EUR/fő)
***	1200	50	1600	52
****	400	70	600	70
*****	400	80	800	84
Össz.	2000		3000	

4.9. Egy kft háromféle termék előállításával foglalkozik. A termelésre vonatkozó adatok az alábbiak:

Termékek	Összes termelési költség megoszlása 2011-ben (%)	Önköltség (ezer forint/db)	
		2010-ben	Változás 2010-ről 2011-re (ezer forintban)
A		10	+1
B	30	20	-2
C	50	25	+5
összesen		22	+2

Elemezzük a termékcsoport átlagos önköltségének változását és az arra ható tényezőket.

4.10. Egy terméket két üzemben állítanak elő

üzemek	Termelési költség		Termelés 2010-ben (db)	önköltség	
	2010-ben (ezer forint)	Változás 2010=100%		2011-ben Forint/db	Változás 2010=100%
A-üzem	36 700	124%	800	47 710	104
B-üzem	42 720	87%	960	48 950	110
összesen					

Elemezzük az önköltség alakulására ható tényezőket standardizálással

4.11. Egy terméket három különböző üzemben állítanak elő.

üzem	Önköltség változása 2010=100%	Termelés költségének változása 2010=100%	Termelés költsége 2010 (%)
A	107	107	24
B	105	110	32
C	106	108	44
összesen	102		100

Hogyan változott az előállított termék önköltsége 2010-ről 2011-re? Elemezze az önköltség változására ható tényezőket.

4.12. Egy városban a síszezon három időszakból, előszezonból, főszezonból és utószezonból áll. Elemezzük az egy vendég által átlagosan eltöltött vendégéjszakák számának változását 2010-es szezonról a 2011-es szezonra standardizálással.

szezonom	Vendégéjszakák számának megoszlása 2011-es szezonban	Egy vendég által átlagosan eltöltött éjszakák száma	
		2010-es szezon	2011-es szezon
Főszezon	60%	5	5,1
Előszezon	15%	4,4	4
Utószezon	25%	3,2	3,6
Össz.	100%	4,3	

4.13. Egy légitársaság forgalmi adatait tartalmazza a következő táblázat. Elemezzük az egy járatra eső átlagos utas-szám változást 2011-ről 2012.re.

Desztináció	Utasforgalom összesen 2012 (%)	Összes utas-forgalom változás 2011=100%	Járatok számának változása 2011=100%
Belföldi	24%	+7%	+5%
Külföldi	76%	+4%	-2%
Össz.	100%	+5%	+1%

4.14. Egy üzemben háromféle terméket állítanak elő. Elemezzük az egy termékre jutó átlagos előállítási költség változását standardizálással.

termékek	A termelés összértékének megoszlása 2011-ben (EUR)	Az egyes termékek előállítási költsége a 2010-es százalékában
A	52%	102%
B	36%	104%
C	12%	105%
Össz.	100%	103%



## 5. INDEXEK

5.1. Az alábbi táblázat az 5, 4 és 3 csillagos szállodák szobaárait és az egy hónapra jutó vendégéjszakák számát tartalmazza. Állapítsuk meg, hogy a szektorban mekkora volt az infláció, mely szállodatípusokban volt az áremelkedés infláció alatti, melyekben azok feletti. Állapítsuk meg a volumenindexet és értelmezzük az eredményt.

	Szobaárak éjszakánként (átlag)		Vendégéjszakák havi száma (átlag)	
	2010	2011	2010	2011
5 csillagos	100 000	120 000	350	300
4 csillagos	60 000	68 000	600	500
3 csillagos	25 000	30 000	700	650

5.2. Egy irodaház háromféle irodatípussal rendelkezik, premium, classic+ és classic. A négyzetméterenkénti bérleti díj és a forgalom alakulását 2010 és 2011-ben az alábbi táblázat tartalmazza. Ezen kívül tudjuk még, hogy 2010-ben a havi átlagos bevétel irodatípusonként 10 000, 16 000 és 12 000 euró volt.

irodatípus	Ár (p) (EUR, négyzetméterenként)		Bérelt négyzetméterek Változása (2010=100%) (havi átlag)
	2010	2011	
premium	10	9	90%
classic+	8	6	80%
classic	5	5	95%

Állapítsuk meg, hogy a szektorban mekkora volt az infláció, mely irodatípusokban volt az árváltozás infláció alatti, melyekben azok feletti. Számítsuk ki a bázisidőszaki súlyozású volumenindexet és értelmezzük az eredményt.

5.3. Egy könyvesbolt értékesítési adatai 2010-ben és 2011-ben az alábbiak, 2010-ben az árbevétele 611 000 USD volt.

	Árbevétel megoszlása 2011-ben	2011-es árak (2010=100%)	2011-es volumen (2010=100%)
könyv	60%	104%	110%
cd-dvd	30%	106%	100%
térkép	10%	108%	98%
össz.	100%		

Hány százalékkal változott a bolt árbevétele termékcsoportonként és együttesen? Hány százalékkal változtak az árak és a volumenek együttesen? Hány dollárral nőtt a bolt árbevétele az árváltozás miatt?

5.4. Az alábbi táblázat egy városban működő három taxi társaság km árait tartalmazza. Tudjuk továbbá, hogy az összforgalom értéke 2010-ről 2011-re 10%-al emelkedett.

Társaság neve	A forgalom értékének megoszlása %-ban		Árak változása (2010=100%)
	2010	2011	
A	40	50	105
B	20	25	108
C	40	25	110

Számítsuk ki a bázis- és tárgyidőszaki árindexeket és a Fischer-féle volumenindexet!

5.5. Az alábbi táblázat egy áruház éves eredményeit tartalmazza 2007-től 2011-ig az egyes évek árain számolva.

$\sum p_i \cdot q_j$	q					
		2007	2008	2009	2010	2011
P	2007	230	250	262	260	261
	2008	231	254	264	263	262
	2009	233	255	265	265	264
	2010	235	258	267	264	265
	2011	240	261	267	266	267

- Számítsuk ki a 2007-es súlyozású bázis-árindexsor elemeit.
- Számítsuk ki a 2009-es súlyozású bázis-volumenindexsor elemeit.
- Számítsuk ki a változó súlyozású Laspeyres-féle lánc-árindexsor elemeit.
- Számítsuk ki a változó súlyozású Paasche-féle lánc-árindexsor elemeit.
- Számítsuk ki a változó súlyozású Paasche-féle lánc-volumenindexsor elemeit.
- Számítsuk ki a lánc-értékindexsor elemeit

5.6. Egy étterem háromféle sört forgalmaz, eladási adataik 2010-ben és 2011-ben az alábbiak:

	2010-hez viszonyított változás %-ban		Forgalom értéke 2010-ben (EUR)
	Forgalom értéke	Ár	
A	140%	105%	20 000
B	120%	112%	12 000
C	140%	110%	15 000

Számítsuk ki a kétféle súlyozású árindexet és a Fischer-féle volumenindexet.

5.7. Egy szupermarket értékesítési adatai 2010-ben és 2011-ben az alábbiak, 2010-ben az árbevétele 850 000 USD volt.

	Árbevétele megoszlása 2011-ben	2011-es árak (2010=100%)	2011-es volumen (2010=100%)
élelmiszer	58%	+6%	+4%
illatszer	16%	+8%	-5%
vegyiáru	26%	+7%	-4%
össz.	100%		

Hány százalékkal változott a bolt árbevétele termékcsoportonként és együttesen? Hány százalékkal változtak az árak és a volumenek együttesen? Hány dollárral nőtt a bolt árbevétele az árváltozás miatt?

5.8. Egy cipőbolt forgalmára vonatkozó adatok az alábbiak:

Termékek	A forgalom értéke 2010-ben (millió forint)	2010/2011	
		Árváltozás (%)	Volumenváltozás (%)
Férfi cipő	2300	105	101
Női cipő	2870	109	103
Gyerek cipő	1760	102	100
összesen			

Hány százalékkal változott a forgalom termékcsoportonként és együttesen? Mennyivel nőtt a bolt forgalma együttesen? Hogyan változott a bolt árszínvonala 2010-ről 2011-re? Hogyan változott a volumen?

5.9. Egy áruház éves értékesítése néhány évben az alábbi volt:

év	Értékesítés az adott évi áron számolva (millió forint)			
	2008	2009	2010	2011
2008	420	425	426	428
2009	421	422	423	425
2010	415	418	420	420
2011	410	411	416	417

Határozzuk meg a lánc értékindex-sor elemeit!  
Határozzuk meg a változó súlyozású lánc volumenindex-sor elemeit Paasche-formában!

5.10. Egy cég termelési értéke 2008-ban 400 millió forint volt. 2010-re a termelés értéke 10%-al, volumene (Paasche) 2%-al emelkedett. Hány forinttal emelkedett a termelés értéke az árak változása miatt?

5.11. Négyféle termék árusításával foglalkozó cég 2010-es árbevétele 220 millió, 2011-es árbevétele 230 millió.

termék	2010-es Árbevétel (%)	2011-es Árbevétel (%)	Árváltozás 2010=100%
A	30	23	105
B	18	12	103
C	25	32	102
D	27	33	105
összesen	100	100	

- Mekkora volt az átlagos árváltozás 2010-ről 2011-re?
- Mekkora a volumenváltozás Fischer-féle indexe?
- Az árbevétel növekedéséből mekkora rész tulajdonítható az árváltozásnak?

5.12. Háromféle termék forgalmazásával foglalkozó cég forgalmáról az alábbiak ismertek:

termék	2010-es forgalom (ezer USD)	2011-es forgalom (%)	2011-ben eladott termékmennyiség a 2010-es %-ában
A	350	43	110
B	200	16	116
C	450	41	104
összesen	1000	100	

A forgalom növekedése 2010-ről 2011-re 64 000 USD

- Mekkora volt az átlagos volumen változás 2010-ről 2011-re?
- Mekkora a Fischer-féle árindex?
- Az forgalom növekedéséből mekkora rész tulajdonítható a volumenváltozásnak?

5.13. Egy cég háromféle termék forgalmazásával foglalkozik. A forgalomról az alábbiakat tudjuk:

termék	2010-es forgalom %-os megoszlása	2011-es forgalom %-os megoszlása	Eladási ár változása 2011/2010%
A	20	25	104
B	30	15	109
C	50	60	102
összesen	100	100	

A forgalom 2010-ben 16 ezer USD volt, ami 2011-re 12%-al nőtt.

- Mekkora a Laspeyres-féle és a Paasche-féle árindex? Mi okozza az eltérésüket?
- Mekkora a Fischer-féle volumenindex?
- Az forgalom növekedéséből mekkora rész tulajdonítható az árváltozásnak?

## 6. IDŐSOROK

6.1. Az alábbi táblázat egy üzem által gyártott, illetve elszállítás előtt raktározott üveges pálinkák mennyiségét tartalmazza. Töltsük ki. Mármint a hiányzó részeket a táblázatban. Állapítsuk meg az átlagosan előállított mennyiséget és az átlagos raktárkészletet.

	Előállított mennyiség			Raktározva (a hónap elején)		
	jan.=100%	előző hónap=100%	db	marc.=100%	előző hónap=100%	db
jan.		-		125	-	
febr.		120			110	1100
marc.			3500			
apr.	150		3750	87,5		

6.2. Egy részvény árfolyamának alakulását 20 napig figyeltük. Illesszünk az adatokra három napos mozgóátlagosú trendet, majd lineáris trendet. Számítsuk ki a változás átlagos napi mértékét és hasonlítsuk össze a lineáris trend megfelelő paraméterével.

nap	Részvény ára (USD)
1.	90
2.	91
3.	88
4.	87
5.	87
6.	86
7.	88
8.	91
9.	93
10.	94
11.	93
12.	95
13.	97
14.	98
15.	97
16.	100
17.	99
18.	102
19.	98
20.	95

6.3. Egy új termék piacra történő bevezetésének adatai az alábbiak voltak.

év	1000 emberből a termékkel rendelkezők száma			
	I. negyedév	II. negyedév	III. negyedév	IV. negyedév
2008	$y_1 = 10$	$y_2 = 12$	$y_3 = 14$	$y_4 = 15$
2009	$y_5 = 17$	$y_6 = 19$	$y_7 = 20$	$y_8 = 21$
2010	$y_9 = 23$	$y_{10} = 25$	$y_{11} = 28$	$y_{12} = 30$
2011	$y_{13} = 35$	$y_{14} = 39$	$y_{15} = 43$	$y_{16} = 46$

Illesszünk az adatokra lineáris, majd exponenciális trendet és döntsük el, hogy melyik illeszkedik jobban. Mindkét esetben vizsgáljuk meg a szezonalitást.

6.4. Egy üzem termelése három egymást követő évben az alábbiak szerint alakult. Illesszünk az adatsorra lineáris majd exponenciális trendet, vizsgáljuk meg, hogy melyik illeszkedik jobban, és adjuk meg a szezonalitást.

ÉV		termelés (1000 tonna)
2011	TÉL	120
	TAVASZ	142
	NYÁR	164
	ŐSZ	196
2012	TÉL	240
	TAVASZ	256
	NYÁR	324
	ŐSZ	360
2013	TÉL	420
	TAVASZ	512
	NYÁR	576
	ŐSZ	600

6.5. Egy üzem sörtermelése három egymást követő évben az alábbiak szerint alakult. Illesszünk az adatsorra lineáris majd exponenciális trendet, vizsgáljuk meg, hogy melyik illeszkedik jobban, és adjuk becslést a következő év sörtermelésére a jobban illeszkedő trend alapján, szezonalitással korrigálva.

ÉV		termelés (1000 liter)
első	TÉL	560
	TAVASZ	576
	NYÁR	590
	ŐSZ	565
második	TÉL	558
	TAVASZ	581
	NYÁR	602
	ŐSZ	579
harmadik	TÉL	567
	TAVASZ	598
	NYÁR	607
	ŐSZ	600

$$\sum_{t=1}^n y_t = 6983 \quad \sum_{t=1}^n t \cdot y_t = 45\,824 \quad \sum_{t=1}^n \lg y_t = 33,176 \quad \sum_{t=1}^n t \cdot \lg y_t = 215,97$$

mateking.hu