

Nevezetes diszkrét eloszlások:

ELOSZLÁS NEVE	KÉPLET	VÁRHATÓ ÉRTÉK	SZÓRÁS
Hipergeometriai eloszlás PARAMÉTEREI: (N, K, n) ADOTT SELEJTSZÁMÚ MINTAVÉTEL N darab elemből K darab selejtes. Annak valószínűsége, hogy n elemű mintát véve k db a mintában a selejtek száma:	$P(\xi = k) = \frac{\binom{K}{k} \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ $\xi = 0, 1, 2, \dots$ maximális értéke K és n értékei közül a minimális.	$E(\xi) = n \frac{K}{N}$	$D(\xi) = \sqrt{n \frac{K}{N} \left(1 - \frac{K}{N}\right) \frac{N-n}{N-1}}$
Binomiális eloszlás PARAMÉTEREI: (p, n) ADOTT VALÓSZÍNŰSÉGŰ MINTAVÉTEL Egy esemény bekövetkezésére adva van n lehetőség. Egy darab bekövetkezés valószínűsége minden egyes alkalommal p . Ekkor annak valószínűsége, hogy a tényleges bekövetkezések száma éppen k :	$P(\xi = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ $\xi = 0, 1, 2, \dots$ maximális értéke n	$E(\xi) = np$	$D(\xi) = \sqrt{np(1-p)}$
Poisson eloszlás PARAMÉTEREI: (λ) ADOTT VÁRHATÓ ÉRTÉKŰ MINTAVÉTEL Egy mintában a bekövetkezések várható értéke λ . Annak valószínűsége, hogy a tényleges bekövetkezések száma éppen k :	$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $\xi = 0, 1, 2, \dots$ felülről nem korlátos.	$E(\xi) = \lambda$	$D(\xi) = \sqrt{\lambda}$
Negatív binomiális (geometriai) eloszlás PARAMÉTEREI: (p) OROSZ RULETT Várunk egy p valószínűségű esemény bekövetkezésére. Annak valószínűsége, hogy ez k -adikra következik be:	$P(\xi = k) = (1-p)^{k-1} p$ $\xi = 0, 1, 2, \dots$ felülről nem korlátos.	$E(\xi) = \frac{1}{p}$	$D(\xi) = \sqrt{\frac{1-p}{p}}$

Várható érték:

A ξ értékeinek a hozzá tartozó valószínűségekkel súlyozott átlaga. Jele: $E(\xi)$

$$E(\xi) = \sum x_i \cdot p(\xi = x_i)$$

$$E(\xi + \eta) = E(\xi) + E(\eta)$$

$$E(c \cdot \xi) = c \cdot E(\xi)$$

$$E(c) = c$$

$$E(a \cdot \xi + b) = a \cdot E(\xi) + b$$

Második momentum:

A ξ értékeinek négyzete a hozzá tartozó valószínűségekkel súlyozott átlaga. Jele: $E(\xi^2)$

$$E(\xi^2) = \sum x_i^2 \cdot p(\xi = x_i)$$

$$D(c \cdot \xi) = |c| \cdot D(\xi)$$

$$D(\xi + c) = D(\xi)$$

$$D(a \cdot \xi + b) = |a| \cdot D(\xi)$$

Szórás:

Az átlagtól való négyzetes eltérés várható értékének négyzetgyöke. Jele: $D(\xi)$

$$D(\xi) = \sqrt{E(\xi^2) - E^2(\xi)}$$

Ha ξ és η független, akkor

$$E(\xi \cdot \eta) = E(\xi)E(\eta)$$

$$D^2(\xi + \eta) = D^2(\xi) + D^2(\eta)$$



FELTÉTELES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

TELJES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE

Ha B_1, B_2 és így tovább B_n teljes eseményrendszer, valamint A tetszőleges esemény, akkor

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \dots + P(A|B_n)P(B_n)$$

BAYES-TÉTEL

Akkor használjuk, ha egy korábban bekövetkezett (B_k) esemény valószínűségét akarjuk kiszámolni egy később bekövetkezett (A) tükrében. Ha B_1, B_2 és így tovább B_n teljes eseményrendszer, valamint A tetszőleges esemény, akkor bármely B_k eseményre

$$P(B_k|A) = \frac{P(A|B_k)P(B_k)}{P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \dots + P(A|B_n)P(B_n)}$$

MARKOV-EGYENLŐTLENSÉG

$$P(\xi \geq t \cdot E(\xi)) \leq \frac{1}{t}$$

NAGY SZÁMOK TÖRVÉNYE (Bernoulli)

$$P\left(\left|\frac{\xi}{n} - p\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} \quad P\left(\left|\frac{\xi}{n} - p\right| < \varepsilon\right) > 1 - \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2}$$

CSEBISEV-EGYENLŐTLENSÉG


$$P\left(\left|\xi - E(\xi)\right| \geq t \cdot D(\xi)\right) \leq \frac{1}{t^2} \quad P\left(\left|\xi - E(\xi)\right| < t \cdot D(\xi)\right) > 1 - \frac{1}{t^2}$$


ELOSZLÁS- ÉS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY TULAJDONSÁGAI

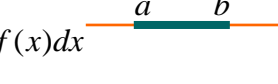
$F(x)$ eloszlásfüggvény tulajdonságai: I. $\lim_{-\infty} F(x) = 0$ II. $\lim_{\infty} F(x) = 1$ III. Monoton nő IV. Balról folytonos	Adott $F(x)$ eloszlásfüggvény, kell $f(x)$ sűrűségfüggvény: $f(x) = F'(x)$
$f(x)$ sűrűségfüggvény tulajdonságai: I. Nem negatív II. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$	Adott $f(x)$ sűrűségfüggvény, kell $F(x)$ eloszlásfüggvény: $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$



VALÓSZÍNŰSÉGEK KISZÁMOLÁSA FOLYTONOS VALÓSZÍNŰSÉGI VÁLTOZÓK ESETÉN AZ ELOSZLÁS- ÉS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY SEGÍTSÉGÉVEL

$P(\xi < a) = F(a) = \int_{-\infty}^a f(x)dx$


$P(\xi > a) = 1 - F(a) = \int_a^{\infty} f(x)dx$


$P(a < \xi < b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx$


$P(\xi < a, \eta < b) = \int_{-\infty}^a \int_{-\infty}^b f(x, y)dydx = F(a, b)$

$P(a < \xi < \beta, \gamma < \eta < \delta) = \int_a^\beta \int_\gamma^\delta f(x, y)dydx$

Nevezetes folytonos eloszlások:

ELOSZLÁS NEVE	ELOSZLÁSFÜGGVÉNY	SŰRŰSÉGFÜGGVÉNY	VÁRHHATÓ ÉRTÉK	SZÓRÁS
Egyenletes eloszlás PARAMÉTEREI: (A, B)	$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq A \\ \frac{x-A}{B-A} & , \text{ ha } A < x \leq B \\ 1 & , \text{ ha } B < x \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{B-A} & , \text{ ha } A < x \leq B \\ 0 & , \text{ különben} \end{cases}$	$E(\xi) = \frac{A+B}{2}$	$D(\xi) = \frac{B-A}{\sqrt{12}}$
Exponenciális eloszlás PARAMÉTEREI: (λ) A dolgok időbeli vagy távolságbeli bekövetkezésének eloszlása.	$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & , \text{ ha } 0 < x \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & , \text{ ha } 0 < x \end{cases}$	$E(\xi) = \frac{1}{\lambda}$	$D(\xi) = \frac{1}{\lambda^2}$
Normális eloszlás PARAMÉTEREI: (m, σ) A dolgok mennyiségbeli eloszlása.	$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$E(\xi) = \mu$	$D(\xi) = \sigma$
Standard normális eloszlás	Φ(x) = Lásd standard normális eloszlás táblázat!	$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$E(\xi) = 0$	$D(\xi) = 1$

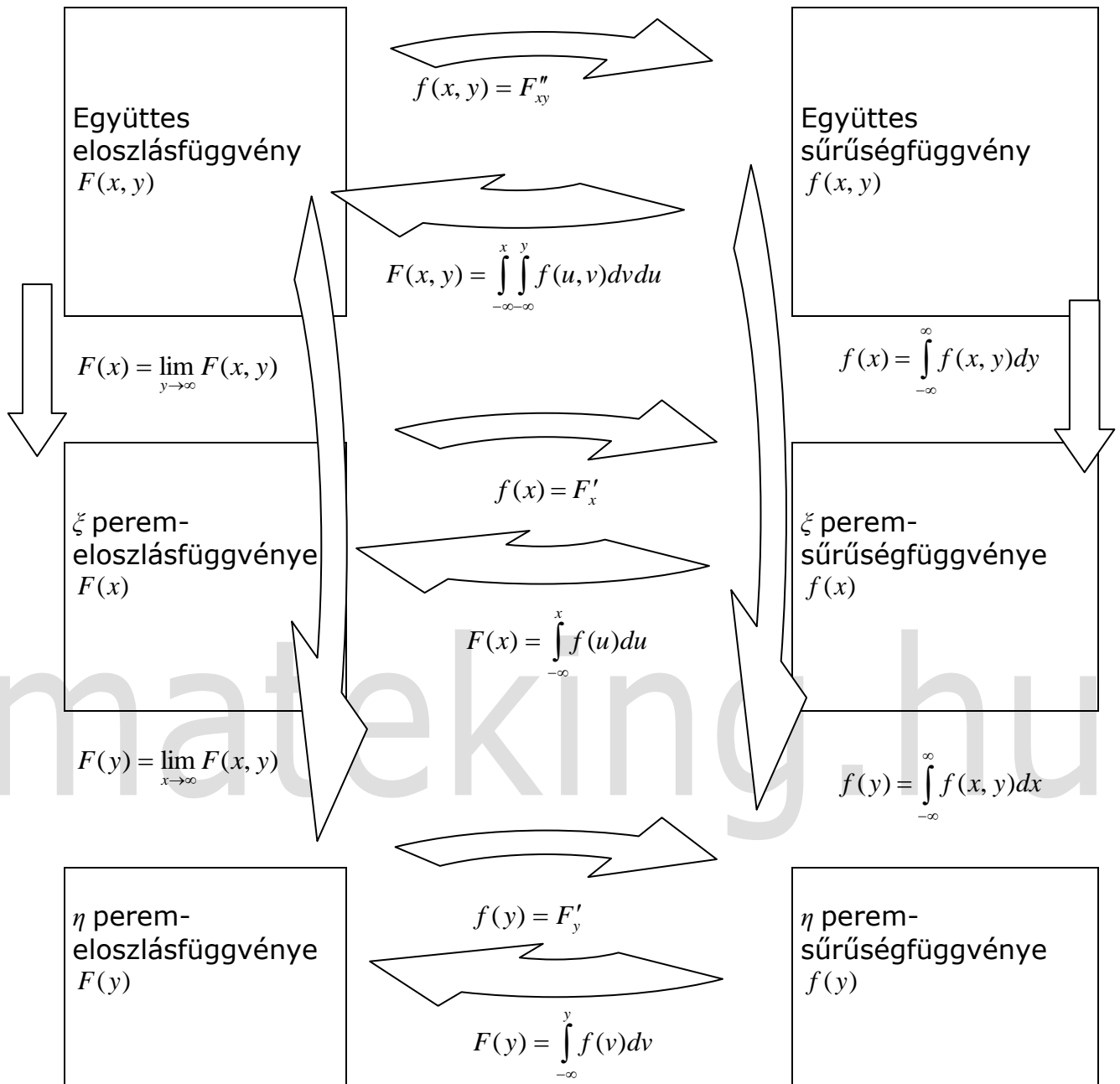
Várható érték: $E(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

Második momentum: $E(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$

Szórás: $D(\xi) = \sqrt{E(\xi^2) - E^2(\xi)}$



TÖBBVÁLTOZÓS VALÓSZÍNŰSÉGI ELOSZLÁSOK



ξ ÉS η EGYÜTTES ELOSZLÁSÁNAK KOVARIANCIÁJA ÉS KORRELÁCIÓJA

	ξ értékei	
η értékei	ξ és η együttes eloszlása	η peremeloszlása
	ξ peremeloszlása	1

Kovariancia kiszámolása:

$$\text{cov}(\xi; \eta) = E(\xi \cdot \eta) - E(\xi) \cdot E(\eta)$$

Kovariancia számolható közvetlenül a szórásokból is:

$$\text{cov}(\xi; \eta) = \frac{D^2(\xi + \eta) - D^2(\xi) - D^2(\eta)}{2}$$

Korreláció kiszámolása:

$$R(\xi; \eta) = \frac{\text{cov}(\xi; \eta)}{D(\xi) \cdot D(\eta)}$$

